



Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

AKTIVITETER OG UNDERVISNINGSSOPPLEGG

Novemberkonferansen 2009

”Statistikk og sannsynlighetsregning”

Av og med:
ressurspersoner ved Matematikksenteret



Forside: Illustrasjon av Mike Naylor

Bidragene er samla og redigert av May Renate Settemsdal

2009© Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen
Trykk: NTNU-trykk
ISBN: 82-471-6064-1



Matematikksenteret
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen



Innledning

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen har siden oppstarten i 2002, arbeidet med en spredningsmodell der ressurspersoner (lærere i skolen som viser spesielle evner innenfor matematikkundervisning) spiller en nøkkelrolle. Ressurspersonene er våre ambassadører i regionene ved å formidle og spre resultater fra utviklingsarbeid som gjøres sentralt ved senteret i Trondheim.

Ressurspersonene utvikler sine egne undervisningsopplegg basert på det læringssynet og fagsynet som Matematikksenteret bygger sitt arbeid på. I dette heftet finner dere eksempler på undervisningsopplegg som er utviklet eller videreført av ressurspersonene. Vi er stolte av å kunne presentere dette som en idebank for lærere på alle trinn og i alle skoleslag. Oppleggene blir presentert under Novemberkonferansen i Trondheim den 24. november 2009. De som har sett presentasjonene vil selvfølgelig ha enda større utbytte av å lese heftet, men andre vil også kunne bli inspirert og få ideer til egen undervisning.

Siden konferansetemaet i 2009 er *sannsynlighetsregning og statistikk*, er også oppleggene i dette heftet knyttet til dette temaet. Vi oppfordrer lærere til å lese og sette seg inn i alle eksemplene, også de som i utgangspunktet er ment for et annet klassetrinn og/eller et annet skoleslag. Vår erfaring med slike opplegg, er at de er lette å justere og tilpasse ulike nivå. Elever på ulike trinn vil få faglig utbytte på forskjellige måter, avhengig av alder og modenhet.

Jeg vil med dette takke alle bidragsyterne som har presentert opplegg i heftet og presentert dem på konferansen.

*Jon Walstad
Faglig leder*



Innhold:

<i>Statistikkspill</i> , Arvid Hagen.....	s. 4
<i>Introduksjon til sannsynlighet på ungdomstrinnet</i> , Gerd Nilsen og Brynhild Farbrot Foosnæs.....	s. 9
<i>Tetthet</i> , Elisabeth Moe Omland.....	s. 11
<i>Tør du spille mot meg?</i> , Grete Tofteberg.....	s. 13
<i>NON-Stop oppgaver</i> , Katie Lier.....	s. 16
<i>Kombinatorikk- Vi leker oss med Barbie og Ken</i> , Mona Berling	s. 19
<i>Hasard</i> , Sigbjørn Hals.....	s. 21
<i>Iskombinatorikk</i> , Solfrid Storelid.....	s. 23
<i>Sortering av dyr</i> , Solfrid Storelid.....	s. 26
<i>Odde- og partallspill</i> , Svein Anders Heggem.....	s. 30
<i>Statistikk og sannsynlighet</i> , Tone Skori og Tove Branæs.....	s. 32
<i>Statistikk og sannsynlighet</i> , Tone Skori og Tove Branæs.....	s. 33
<i>Vennediagram</i> , Tove Kalvø	s. 35
<i>Strekkoder og kombinatorikk</i> , Anne Karin Wallace.....	s. 37
<i>Sannsynlighetsregning</i> , Anne Mari Jensen.....	s. 48
<i>Hvordan har du det i dag?</i> May Else Nohr og Hanne Hafnor Dahl	s. 54
<i>Hvor høye er vi?</i> Anita Røsste.....	s. 59
<i>Hvor mange stafettlag kan man lage av en skoleklasse</i> , Susanne Stengrundet.....	s. 62
<i>Det perfekte spillebrettet</i> , Inger- Lise Risøy.....	s. 65
<i>Valget</i> , Berit Aadne.....	s. 71
<i>Tilfeldighetenes spill</i> , Marion Høyland Sødal.....	s. 73
<i>Avisartikkel omkring en gallup</i> , Geir Kristoffersen.....	s. 76
<i>Lamming</i> , Marianne Herland.....	s. 79
<i>Vikingslottor</i> , Eva Viborg Wollan	s. 81
<i>Sannsynlighet og statistikk</i> , Brynhild Nysted.....	s. 84
<i>En matematisk "kosetime" med statistikk</i> , Tommy Nordby.....	s. 91
<i>Fotballstatistikk</i> , Hugo Christensen.....	s. 96
<i>Det ultimate spillebrettet</i> , Maria Johansen.....	s. 98
<i>Monty Hall</i> , Ann Christin Arnås og Hanne Marken Dalby.....	s. 100



Sannsynlighet med terninger og kortstokk,

Anne Kari Sælensminde.....	s. 103
<i>Muffin</i> , Per Sindre Killingmo.....	s. 106
<i>Ta Sjansen</i> , Therese Hagfors.....	s. 108
<i>Tall- landet</i> , Therese Hagfors.....	s. 110
<i>Statistikkspill</i> , Therese Hagfors.....	s. 113
<i>Median og Typetall</i> , Anja Glad von Zernichow.....	s. 115
<i>Sum av to terninger</i> , Hugo Christensen og Sigbjørn Hals.....	s. 117
<i>Simulering av tusenvis av terningkast i Yatzy</i> , Erik Torp Nilssen.....	s. 122



Statistikkspill

Av Arvid Hagen

Beskrivelse

Ordne og gruppere data, finne og drøfte median, typetall, gjennomsnitt og variasjonsbredde.

Forarbeid

Bør repetere sentralt mål. Mellomtrinnet må lære om variasjonsbredde. Spillebrett lages på forhånd.

Matematikk i fokus

Kompetansemål LK06

5.-7.trinn: Elevene skal forstå hva som menes med median, typetall og gjennomsnitt, og kunne beregne disse for enkle datasett.

8.-10.trinn: Elevene skal forstå hva som menes med variasjonsbredde, og kunne beregne denne sammen med de andre spredningsmål.

Utstyr

Spillebrett/ark, brikker med forskjellig farge, kortstokk eller 5 stk 1 – 10 terninger.

Aktivitet/Opplegg

Gruppespill. Passer for 2-4 spillere. Hver gruppe får et spillebrett, 4 spillebrikker til hver spiller og en kortstokk eller 5 stk 1-10 terninger.

- a) Med kort. Bruk kortene fra 1 til 10. Kortene stokkes og hver spiller trekker fem kort. Spillerne beregner så gjennomsnitt, median, typetall og variasjonsbredde for sine kort. Deretter legger hver spiller sine brikker, en i hver kolonne, på det tallet som passer til kortene. Gjennomsnitt rundes til nærmeste hele tall. Er alle kortene forskjellige plasseres en brikke der det står typetall. Etter tur legger så spillerne ett av sine kort underst i bunken og trekker det øverste kortet. Spilleren gjør nye beregninger og plasserer sine brikker i kolonnene på de plasser som passer nå. Vinner er den som først får alle sine brikker på gult felt.
- b) Med terninger. Reglene er de samme som for kort, med spillerne rister terningene etter tur og beregner gjennomsnitt, median, typetall og variasjonsbredde ut fra tall på terningene.

Se spillebrettet for nærmere detaljer.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Morsom måte å øve statistikk. Kan bruke hele kortstokken i stedet for bare 1-10 kort. Se Et Ess i Ermet. Mer krevende med terninger enn kortstokk. Kan justere antall gule felt og ev. plasseringen av de.

Litteratur/leseforslag

Ideen er hentet fra Lamis skriftserie nr 4: **Et Ess i Ermet** ved Svein H. Torkildsen.



Statistikkspill

10	10	10		<p>Passer for 2-4 spillere</p> <p>Utstyr Q en kortstokk Q fire spillebrikker til hver spiller</p> <p>Regler</p> <ol style="list-style-type: none">1. Bruk kortene 1 – 10.2. Kortene stokkes og legges i en bunke på bordet.3. Hver spiller trekker fem kort.4. Spillerne plasserer en brikke i hver kolonne på det tallet som passer til kortene. <p>Gjennomsnitt rundes av til nærmeste hele tall</p> <p>Er alle kortene forskjellige, settes en brikke der det står <i>Typetall</i></p> <ol style="list-style-type: none">5. Etter tur legger spillerne ett av kortene underst i bunken og trekker det øverste kortet.6. Vinner er den som først får alle sine brikker på gult felt. <p>Gjennomsnitt: summen : 5</p> <p>Median: Verdien til det midterste kortet når kortene</p>
9	9	9	9	
8	8	8	8	
7	7	7	7	
6	6	6	6	
5	5	5	5	
4	4	4	4	
	3	3		



3			3	<p>er sortert etter størrelse.</p> <p>Typetall: Den verdien det er flest av.</p> <p>Variasjonsbredde: Differensen mellom største og minste verdi.</p>
2	2	2	2	
1	1	1	1	
G j e n n o m s n i t t	M e d i a n	T y p e t a l l	V a r i a s b r o e n d s d e	



Statistikkspill

10	10	10		<p>Passer for 2-4 spillere</p> <p>Utstyr Q 5 stk 1-10 terninger Q fire spillebrikker til hver spiller</p> <p>Regler</p> <p>7. Spillerne kaster alle 5 terningene etter tur.</p> <p>8. Tallverdiene brukes til å beregne gjennomsnitt, median, typetall og variasjonsbredde.</p> <p>9. Spillerne plasserer en brikke i hver kolonne på det tallet som passer til terningene.</p> <p>Gjennomsnitt rundes av til nærmeste hele tall</p> <p>Er alle terningene forskjellige, settes en brikke der det står <i>Typetall</i></p> <p>10. Vinner er den som først får alle sine brikker på gult felt.</p> <p>Gjennomsnitt: summen : 5</p> <p>Median: Verdien til det midterste terningen når terningene er sortert etter størrelse.</p>
9	9	9	9	
8	8	8	8	
7	7	7	7	
6	6	6	6	
5	5	5	5	
4	4	4	4	
	3	3		

Typetall: Den verdien det er flest av.



3			3	Variasjonsbredde: Differensen mellom største og minste verdi.
2	2	2	2	
1	1	1	1	
G j e n n o m s n i t t	M e d i a n	T y p e t a l l	V a r i a s b j r o e n d s d e	



Introduksjon til sannsynlighetsregning på ungdomstrinnet – Trekke brikker

Av Gerd Nilsen og Brynhild Farbrot Foosnæs

Beskrivelse

Elevene skal beregne sannsynligheten for å trekke en brikke av en bestemt farge fra et utvalg brikker de har foran seg.

Forarbeid

Elevene må kunne gjøre om mellom brøk, prosent og desimaltall og plassere disse på en tallinje.

Matematikk i fokus

Sannsynlighetsregning med hendinger som ikke overlapper.

Utstyr

En pose med plastbrikker i forskjellige farger til hver gruppe (3-4 elever). Ark med tallinjer (elevene kan evt lage disse selv i egen skrivebok)

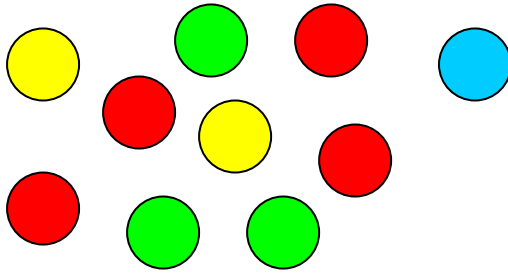
Aktivitet/Opplegg

Timen starter med en samtale omkring begrepet sannsynlighet. Til daglig brukes begrepet i mange ulike sammenhenger. Vi kan snakke om hvor sannsynlig det er at det blir pent vær i morgen, at det er sannsynlig at klassen vinner fotballturneringen, eller hvor sannsynlig det er å vinne i et kakelotteri. Elevene er mest vant til å bedømme om sannsynligheten er liten, ganske liten, ganske stor eller stor. I matematikk skal vi imidlertid uttrykke oss presist. I denne økten skal de lære å uttrykke sannsynlighet presist med plastbrikker av forskjellige farger som hjelpemiddel. Sannsynligheten skal vises på en tallinje der 0 vil si at det er 0% sjanse for at hendingen skal skje og 1 vil si at det er 100% sjanse for at hendingen skal skje.

Elevene jobber i grupper på 4 og i denne timen skal i sine vanlige heterogene grupper. Hver gruppe får utdelt en liten pose med brikker i forskjellige farger. I tillegg får de et ark med flere tallinjer fra 0-1.

Læreren innleder aktiviteten ved å legge fire røde, to gule, tre grønne og en blå, til sammen ti brikker, på overheaden. Spørsmål til elevene: Hvis jeg samler brikkene i en haug, snur meg bort og trekker en brikke, hvor stor er sannsynligheten for at jeg trekker en rød brikke? Flere elever vil kunne svare at det er $\frac{4}{10}$, $\frac{2}{5}$, 0,4 eller 40% sjanse for det. Etter dette eksemplet skal elevene jobbe videre med samme type oppgaver. Elevene trekker først 10 tilfeldige brikker ut av posen og legger disse på bordet foran seg. De sorterer etter farge og noterer ned hvor mange røde, blå eller grønne brikker de har. De skal så finne sannsynligheten for at de trekker en rød, blå, grønn eller gul brikke. Alle svar skal noteres som brøk desimaltall, og prosent og plasseres på tallinja.

Elevene legger brikkene tilbake og en ny elev får trekke ti nye brikker og aktiviteten gjentas.

**Tips til læreren/variasjonsmuligheter**

Elevene kan trekke andre antall brikker ut av posen. Etter hvert kan en også stille spørsmål som: Hvis jeg har trukket en rød brikke, hva er så sannsynligheten for at jeg trekker en rød brikke til? Dette kan være innledning til å jobbe med sannsynlighet med avhengige hendinger.

Litteratur/leseforslag

Idéen til opplegget er hentet fra ressursperm til læreverket KODEX for ungdomstrinnet skrevet av Annette Sandanger Christensen. KODEX er et emnebasert læreverk og kombinatorikk og sannsynlighet er lagt til 10. trinn. Læreboken gir en grundig og oversiktlig innføring i disse emnene.



Tetthet

Måling og beregninger for å finne tetthet av en trekloss (rettvinklet prisme)

Et tverrfaglig opplegg i matematikk/ naturfag

Av Elisabeth Moe Omland

Beskrivelse

Elevene arbeider to og to. Hvert parti får utdelt en trekloss, som er prismeformet. Klossene er av ulik størrelse. Elevene gjør nødvendige målinger og beregninger for å finne tettheten. Klassen bruker resultatene fra alle gruppene for videre beregning og diskusjon. Oppgaven kan gjerne løses vha regneark.

Forarbeid

Elevene har lært å måle og beregne volum av et prisme, og de må kjenne til begrepet *tetthet* og vite hvordan den beregnes..

Matematikk i fokus

Se K06:

- **Målinger:** velge passende måleenheter, forklare sammenhenger, regne om mellom ulikemåleenheter, bruke og vurdere måleinstrument og målemetoder i praktisk måling, drøfte presisjon og usikkerhet
- **Statistikk og sannsynlighet:** ordne og gruppere data, finne og drøfte median, typetall, gjennomsnitt og variasjonsbredde, og presentere data med og uten digitale verktøy

Utstyr

Ca 15 prismeformede treklosser av ulik størrelse (kjekt å ha i mange sammenhenger!)

Gramvekt, linjal, evt pc samt projektor

Aktivitet/Opplegg

Elevene skal måle lengde, bredde og høyde, samt finne vekten av klossene.

Videre arbeidsgang avhenger av om man velger å bruke pc:



A) Med regneark.

Hver arbeidsgruppe legger inn sine resultater i en tabell, tabellen vises med projektor.

Etterpå gjør hver enkelt sine beregninger, kopierer gjerne formlene

Feks slik:

Kloss nr	Lengde i cm	Bredde i cm	Høyde i cm	Volum i cm^3	Masse i g	Tetthet i g/cm^3
1	4,3	3,6	2,5	39	24	0,615
2	6,8	4,1	3,2	89	57	0,640

Osv

Videre:

- Beregne gjennomsnitt, median, typetall, variasjonsbredde,
- Diskutere forskjeller i tabellen, hvor mange desimaler som skal oppgis
- Mulige feilkilder?
- Er det nødvendigvis regnet eller målt feil, selv om resultatene ikke stemmer helt overens?

B) manuell løsning,

Hver gruppe beregner tetthet for sin kloss. Resultatene skrives på tavla i en tabell, feks slik:

Kloss nr	Tetthet i g/cm^3
1	0.615
2	0,640

Etterpå kan man gjøre de samme oppgavene som er nevnt under punkt A)

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Variasjon/ videre arbeid:

La klossen flyte i en balje med vann.

Problemstilling: hvor mange 4'' spiker kan den 'bære' uten å synke?

Finn massen av en spiker og prøv å beregne dette. Sjekk i praksis etterpå. Spikrene må nok tapes fast i klossen.



Tør du spille mot meg?

Tre eksempler på spill som krever at du kan tenke sannsynlighet

Av Grete Tofteberg

Beskrivelse

Opplegget tar utgangspunkt i følgende kompetansemål for 10. trinn:

"Eleven skal kunne:

finne sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i daglegdagse sammenhenger og spill

- beskrive utfallsrom og uttrykke sannsyn som brøk, prosent og desimaltal*
- vise med døme og finne dei moglege løysingane på enkle kombinatoriske problem"*

Opplegget kan brukes som introduksjon til sannsynlighet, eller som en liten repetisjonsøvelse.

Forarbeid

Elevene bør kunne enkel brøkgregning.

Organiser elevene i par. Alle spillene egner seg best til å spille en mot en.

Matematikk i fokus

Sannsynlighet kan by på større eller mindre overraskelser. Elevene vil oppleve at det ikke alltid er intuitivt hvordan utfallet av et spill blir. Konkret vil vi se på hva som skjer hvis to hendelser er avhengig eller uavhengig av hverandre, Sannsynlighet i to ledd og store talls lov.

Utstyr

1. Kortstokk
2. Kronestykker
3. Spillebrikker og terninger

Aktivitet/Opplegg

Start med å introdusere ett spill for elevene, som følger:

Spill 1

Hvert par skal ha fire kort fra en kortstokk, to røde og to svarte kort. Den som først har bursdag har rolle A, motspilleren har rolle B.

Rolle A blander kortene og holder dem fram.

Rolle B trekker to kort.

Dersom B trekker to av samme farge, får B ett poeng, hvis B trekker to av forskjellig farge får A poenget.

Gjenta ti ganger uten å bytte rolle. Den med flest poeng vinner.



Tell opp i elevgruppa:

- Hvor mange par spilte uavgjort?
- Hvor mange rolle A vant?
- Hvor mange rolle B vant?

Er det noe mystisk her? –er dette et rettferdig spill?

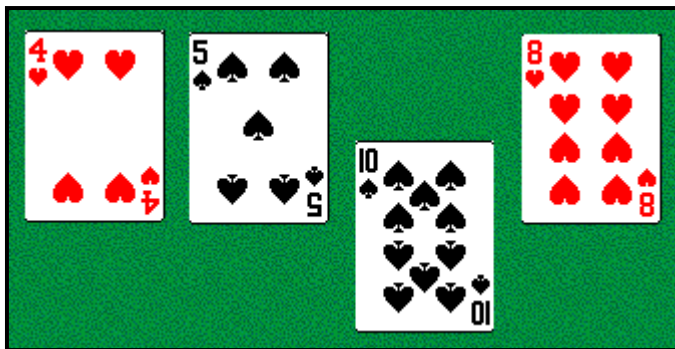
På tide med en analyse:

Hva er sannsynligheten for at det første kortet er sort?

Hvis du trakk et sort kort først, hva er da sannsynligheten for at kort nr. 2 også blir sort?

Demonstrer spillet med "åpne kort", og du ser at det er større sannsynlighet for å trekke det andre kortet som motsatt farge av det første.

Sannsynligheten i trekk to er avhengig av utfallet av det første trekket.



Så spør elevene: "Jammen, hva hvis vi trekker begge kortene på likt?"

– Tenk igjennom hva du vil svare på dette.

La elevene utforske to spill til. Instruer kort og la elevene velge om de vil spille og erfare om spillene er rettferdige, eller om de vil drøfte og analysere.

Spill 2:

Du trenger en mynt. Igjen er det to roller, A og B. Kast mynt og kron to ganger. Ved likt utfall får A ett poeng, ved ulikt utfall får B ett poeng. Først til 10 poeng er vinneren.

Spill 3:

Du trenger to terninger (gjørne i to ulike farger) og 20 spillebrikker til hvert par. De to elevene velger hvem som skal være bank og hvem som skal være gambler. Begge starter med 10 spillebrikker hver.

Gambleren kaster terningene. Hvis han får to like (par) får han tre brikker av banken, men hvis han ikke får to like, får banken en spillebrikke av gambleren. Den som først er tom for brikker har tapt.

Er disse spillene rettferdige?



Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Spill 2 er rettferdig og spill 3 er ikke rettferdig, men det skal jo helst elevene finne ut. Det kan være nyttig å vise dem hvordan man kan analysere spillene med en enkel tabell:

	M 0,5	K 0,5
M 0,5	MM 0,25	MK 0,25
K 0,5	KM 0,25	KK 0,25

Hva er gunstig for A og hva er gunstig for B?

Vi ser at det er like mange utfall som er gunstig for hver av spillerne og at spillet derfor er rettferdig.

Spill 3 kan analyseres tilsvarende med en 6*6-tabell, og vi ser at kun 6 av 36 mulige utfall er gunstige for gambleren. Her er det et poeng å bruke to farger på terningene, for da vil elevene lettere forstå at en rød 3 og en grønn 4 er et annet utfall enn det motsatte. Vi ser altså at gambleren i snitt vinne en av seks ganger. Da får han 3 brikker, men han har jo mistet fem på de andre gangene, så dette kan ikke være rettferdig.

Spørsmål til elevene: Hvor mange brikker må gambleren få av banken når han vinner, for at spillet skal være rettferdig?

Etter dette er det fritt fram for elevene å lure både småsøsken og bestemødre for småpenger?? –eller skal vi legge inn en liten moralisering i slutten av økta?



NON-stop oppgaver

En lekende og undersøkende aktivitet for å lære om sannsynlighet.



Av Katie Lier

Beskrivelse

1 time (evnt mer). Elevene/gruppene jobber selvstendig med oppgavene. Muntlig gjennomgang etterpå.

Utstyr

Oppgaveark og NON-stop esker/poser. En til hver gruppe.

Matematikk i fokus

I følge kunnskapsløftet 06 (K06) skal elevene kunne:

- "ordne og gruppere data, finne og drøfte median, typetal, gjennomsnitt og variasjonsbreidd, og presentere data med og utan digitale verktøy
- finne sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i daglegdagse samanhengar og spell
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal"

Den grunnleggende ferdigheten å kunne uttrykke seg muntlig er sterkt med i dette opplegget. Da opplegget fører til å "gjere seg opp ei meining, stille spørsmål, argumentere og forklare ein tankegang ved hjelp av matematikk. Det inneber òg å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte problem og løysingsstrategiar med andre" (K06)

Aktivitet/Opplegg

Aktiviteten ble gjennomført på ungdomstrinnet, men kan trygt gjennomføres i 5.-7. trinn og på Vg1. Muligens med noen endringer.

Aktiviteten kan godt gjennomføres uten at elevene har hatt noe særlig læring om sannsynlighet tidligere. Det kan også være en aktivitet som kan brukes som avslutning av temaet.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Av egen erfaring opplevde jeg at når elevene så vi skulle ha statistikk og sannsynlighet som tema var det mange som "uffet" seg over at vi skulle ha et så vanskelig tema som sannsynlighet. Det er mange elever som lyktes med denne aktiviteten. Ved samtale underveis og etterpå er det viktig å bevisstgjøre elevene hvor mye de faktisk kan. De aller fleste hadde fylt ut mange av svarene riktig. Det er viktig å ha tid til samtale og diskusjon underveis og etterpå. Bruk da heller mer tid til opplegget.

Oppgaven ble også laget med tanke på å sette fokus på at matematikkfaget kan være interessant og moro, noe jeg også av egen erfaring bruker mye energi på. Når det gjelder å tilpasse opplegget til egne elever er det uendelig mange varianter man kan bruke. Kutte ned eller øke antall oppgaver og man kan variere vanskelighetsgrad. Man kan også enkelt legge inn flere typiske statistikkoppgaver og jobbe mer med uttrykk som median, typetal, gjennomsnitt osv.

Litteratur/leseforslag

Grunnideen er hentet fra www.matematikk.org, et undervisningsopplegg lagt ut av Tove K. Opplenskedal. Opplegget er videreutviklet av undertegnede.



NON-stop oppgaver.

Gruppe på 3 eller 4

Diskuter innad i gruppa for å finne løsninger.



1. Vask fingrene.
2. Ta ut og tell Non-Stoppen
3. Fordel fargene og tell de også. Fyll ut tabellene under.

Antall totalt:_____
Rosa:_____
Rød:_____
Oransje:_____
Grønn:_____
Brun:_____
Lilla:_____
Blå:_____

Hvor mange % av hver farge?
Totalt :_____
Rosa:_____
Rød:_____
Oransje:_____
Grønn:_____
Brun:_____
Lilla:_____
Blå:_____

4. Bland godt og legg alle tilbake i boksen
5. Lag et diagram på baksiden som viser fordelingen av farger. Argumenter for hvilket diagram dere velger å bruke
6. Hvilken farge(-r) er det størst sannsynlighet å få?_____
7. Hvilken farge(-r) er det minst sannsynlighet å få?_____
8. En av dere trekker en Non-Stop. Hvor stor er sannsynligheten for at den er blå?_____
9. Legg den tilbake
10. En annen trekker en Non-Stop. Hvor stor er sannsynligheten for at den er brun?_____
11. Spis den opp.
12. En trekker en Non-Stop. Hvor stor er sannsynligheten for at den er grønn?_____
13. Legg den tilbake
14. En trekker en Non-Stop. Hvor stor er sannsynligheten for at den er enten lilla eller rosa?_____
15. Spis den opp.



16. En trekker en Non-Stop. Hvor stor er sannsynligheten for at den er oransje eller blå eller rød?_____
17. Legg den tilbake
18. En trekker en Non-Stop. Hvor stor er sannsynligheten for at den er rosa, rød, oransje, grønn, brun, lilla eller blå?_____
19. Spis den opp.
20. En trekker en Non-Stop. Hvor stor er sannsynligheten nå for at den er blå?_____
21. Legg den tilbake.
22. En trekker 2 Non-Stop. Hva er sannsynligheten for at en er grønn og en er brun?_____ Diskuter ulike løsningsforslag.
23. Legg de tilbake
24. En trekker 2 Non-Stop. Hva er sannsynligheten for at den første er rosa og den andre er lilla?_____
25. Spis de opp
26. Har rekkefølgen når man trekker flere Non-Stop noe å si for sannsynligheten? Forklar.

27. Har det noe å si om du legger Non-Stopen tilbake i esken hvis du skal trekke flere? Forklar hvorfor/hvorfor ikke.

28. Lag to oppgaver om sannsynlighet og Non-Stop og finn svarene.

Til slutt:
Fordel Non-Stopen som er tilbake mellom dere, men trekk fra de som allerede har fått spise noen, slik at det blir likt mellom dere.

Kombitanorikk

Vi leker oss med Barbie og Ken.

Av Mona Berling

Beskrivelse

I følge kunnskapsløftet skal elevene vurdere sjanser i dagligdagse sammenhenger og beregne sannsynligheten i enkle situasjoner etter 7. trinn. Etter 10. trinn skal de i tillegg uttrykke sannsynlighet som brøk, prosent og desimaltall. De skal også finne mulige løsninger i enkle kombinatoriske problem. I denne øvelse skal vi jobbe med disse kompetansemålene.

Forarbeid

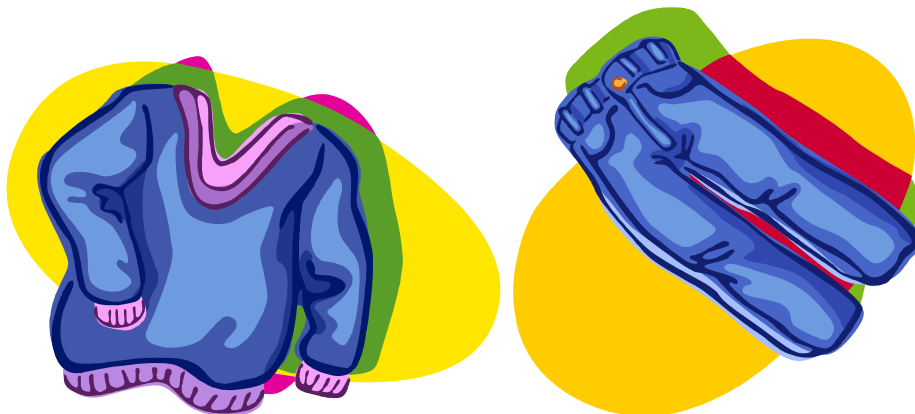
Dere trenger en del dukker og klær (overdeler og underdeler) for å gjennomføre dette opplegget. I tillegg trenger dere ark og fargeblyanter. Elevene trenger ikke å ha noe forkunnskap om sannsynlighet, det kan dere oppsummere etter undervisningsøkten med dukkene er gjennomført.

Matematikk i fokus

Vise med dukkene og de ulike antrekkene hvor mange kombinasjoner klessett dukkene har å velge i. I det videre arbeidet kan man jobbe med sannsynligheten for å trekke ut et tilfeldig antrekk fra klesskapet.

Utstyr

Dukker, klær (overdeler, underdeler og eventuelt sko og hatter), tegnepapir og fargeblyanter eller lignende.





Aktivitet/Opplegg

- Finn ut hvor mange ulike sett med klær Barbie og Ken kan velge i, ut fra det antallet overdeler og underdeler enn fikk utdelt.
- Tegn mulighetene med farger.
- Se sammenhengen mellom antall overdeler, underdeler og mulige antrekk.
- Finne sannsynligheten for å trekke ut et tilfeldig antrekk fra skapet. Skriv det som brøk, desimaltall og prosent.
- Finne sannsynligheten for å trekke ut flere antrekk etter hverandre uten at man henger klærne tilbake i skapet etter hvert.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Elever på 10. trinn kom frem til denne tabellen. De fant ut at multipliserer man overdeler med underdeler finner man antall mulige antrekk

Topp	Underdel	Totalt
2	3	6
4	2	8
1	5	5
5	3	15

Litteratur/leseforslag

Dette er en ide jeg kom på i forbindelse med at vi har brukt dukker i undervisningssammenheng tidligere. Men jeg har sett et det finnes lignende problemløsningsoppgaver på barnetynet.



Hasard

- statistikk og sannsynsrekning for ungdomstrinnet og 2P.

Av Sigbjørn Hals

Forklaring

Hasard er eit dataprogram, laga av Sigbjørn Hals. Programmet fungerer som eit kombinert spel og undervisningsopplegg for innlæring av statistikk og sannsynsrekning. Spelet har tre delar:

1. Teoridel, der elevane kan lære om læreplanmåla for ungdomstrinnet innanfor statistikk og sannsynsrekning. Dette er også aktuelt for 2P.
Ein oversiktleg teorimeny held orden på kva for delar elevane har jobba med og kryssa av for at dei har forstått.
2. Ein oppgåvedel der elevane kan samle seg "pengar" for kvar oppgåve som blir løyst rett. Ein oppgåvemeny viser kva for oppgåver som er løyst rett, kva for nokre som er løyst feil (og som en kan gå tilbake til) og kva for oppgåver som ein enno ikkje har prøvd å løyse.
3. Ein spillmeny med tre ulike sannsynsspel, der elevane kan satse "pengane" dei har tent på oppgåveløysninga, samtidig som dei kan nytte det de har lært i teoridelen til å velje det spelet som gjev størst vinnarsjansar.

Ved oppstart av programmet kan ein velje mellom å starte på nytt, eller å halde fram der ein avslutta sist. Fleire personar kan nytte den same datamaskina etter kvarandre, utan at det blir krøll i lagra data, dersom dei brukar ulike nummer ved oppstart.

Programmet er gratis, og er skriva på nynorsk. Det vart laga i 2005 som ein del av eit Høykom-prosjekt for utvikling av digitale læringsressursar i Nordfjord-regionen.

Forarbeid

En laster ned installasjonsfila for programmet og meir info om korleis det fungerer på www.inter-ped.no/hasard.

Matematikk i fokus

Programmet dekkjer alle læreplanmåla i statistikk og sannsynsrekning for ungdomstrinnet.

Utstyr

Ein treng tilgang til datamaskiner der dette programmet er installert. Det vil òg vere ein fordel med ei videokanon eller smartboard, slik at læraren kan vise elevane korleis dei skal gå fram, dersom det er noko som er uklart.



Aktivitet/Opplegg

Programmet er sjølvinstruerande. Det står meir informasjon på www.inter-ped.no/hasard

Tips til lærarane

Det har vore mange gode matematiske diskusjonar for å overbevise tvilarane om at sannsynet for gevinst ved "lukspelet" aukar frå $1/3$ til $2/3$ om ein alltid bytter luke etter å ha fått opna ei av dei tre lukene ein kan velje mellom når spelet startar.



Iskombinatorikk

En oppgave der elevene får utforske valgmuligheter i iskiosken.

Av Solfrid Storelid

Beskrivelse

Elevene skal jobbe med iskjøp og finne ut hvor mange valgmuligheter de har. Oppgaven passer bra som en samarbeidsoppgave.

Forarbeid

For de fleste elever vil det være en fordel å kunne bruke bildekortene når de jobber med oppgavene. Kopier opp disse til hver gruppe.

Matematikk i fokus

Kombinatorikk og sannsynlighet. Elevene lærer gjennom denne oppgaven at sannsynligheten endrer seg hvis antall muligheter endrer seg. Oppgaven passer for mellomtrinnet.

Utstyr

Bildekort, elevark og blyant.

Aktivitet/Opplegg

I iskiosken kan elevene kjøpe is med 5 ulike smaker. De kan også velge å kjøpe is i kjeks eller beger. Elevene skal finne hvor mange ulike muligheter de kan velge mellom ved kjøp av is. De får også i oppgave å finne sannsynligheten for at vennen deres kjøper lik is.

Det er lurt å snakke sammen om begrepene sannsynlighet, kombinatorikk, kombinasjoner og antall muligheter. I etterkant av oppgaven bør resultatene oppsummeres felles. En kan da snakke om hvordan antall muligheter endret seg i forhold til antall kuler en skulle ha. Sannsynlighet i forhold til antall valgmuligheter er også et tema en bør ha en samtale i klassen om.

Oppgaver til elevene:

Du skal kjøpe is.

Du har 5 ulike smaker å velge mellom: **sjokolade, jordbær, bringebær, blåbær og sitron.**

I tillegg kan du velge om du skal ha isen i **kjeks eller beger.**

Fyll inn i tabellen etterhvert som du finner løsningen på oppgavene.

1.a) Du skal kjøpe en is med en kule.

Hvor mange ulike istyper kan du kjøpe?

b) Vennen din skal også kjøpe en is, hvor stor er sannsynligheten for at han/hun vil velge akkurat samme is som deg?

2.a) Du skal kjøpe en is med to kuler.

Hvor mange ulike sammensetninger av is finnes det?

b) Hvor stor er sannsynligheten for at vennen din ikke kommer til å kjøpe lik is som deg?

3. Du er veldig glad i is og skal kjøpe en is med tre kuler.



Hvor mange valgmuligheter har du da?

b) Hva er sannsynligheten for at vennen din kjøper lik is som deg?

Istype	Isvarianter	Antall muligheter
1 kule	Eks: Kjeks + sjokolade Beger + sjokolade	

KJEKS



BEGER



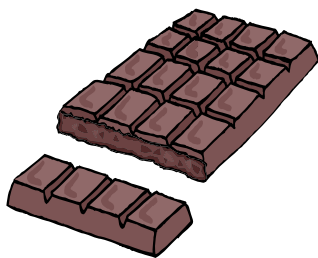
SITRON



BLÅBÆR



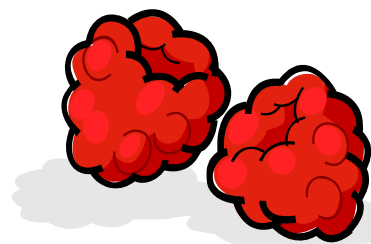
SJOKOLADE



JORDBÆR



BRINGEBÆR





Sortering av dyr

Av Solfrid Storelid

Beskrivelse

Elevene får her øve seg på sortering av dyr etter ulike kategorier. Dette er et undervisningsopplegg som det er fint å knytte til naturfag. Undervisningsopplegget passer best for 2.-3.trinn.

Forarbeid

Elevene bør ha noe kjennskap til ulike navn på dyr og vite hva pattedyr er. Det vil også være en fordel om elevene har jobbet noe med sortering og det å lage tabeller og søylediagram, men undervisningsopplegget kan også brukes som en introduksjon til dette arbeidet.

Matematikk i fokus

Det sentrale i dette undervisningsopplegget er sortering. Ved å ta utgangspunkt i ulike dyr, skal elevene sortere dyrene i ulike kategorier. De skal også lære å lage tabeller og søylediagram.

Utstyr

Vanlige skrivesaker, saks, plakat til å lage søylediagram på, ark med dyrebilder.

Aktivitet/Opplegg

Introduser opplegget felles i klassen;

På denne bondegården har de mange ulike dyr. Dere skal nå sortere disse dyrene etter ulike egenskaper hos dyrene. Noen får i oppgave å sortere dyrene etter om de er hannkjønn, hunnkjønn eller barn, andre skal sortere dyrene etter om de har to eller fire bein, pels/ikke pels eller pattedyr/ikke pattedyr.

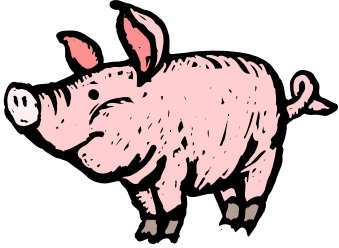
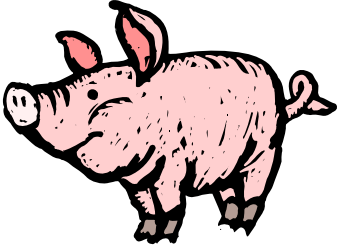
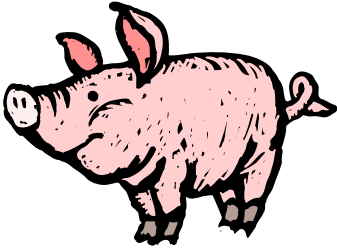
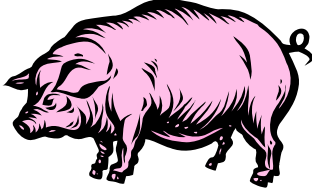
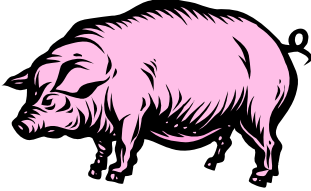
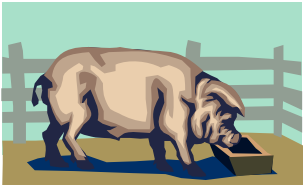


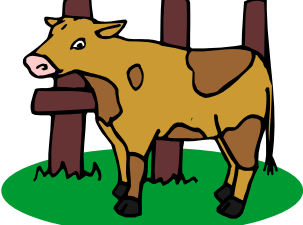
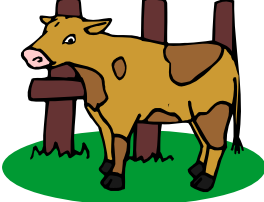
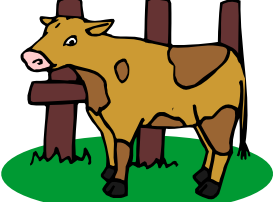
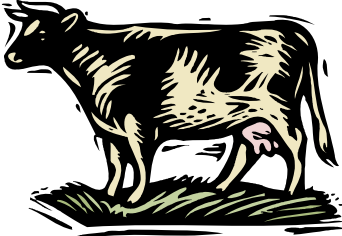

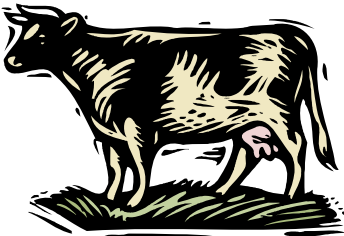

Del elevene inn i grupper på 2-3 elever og la de få vite på hvilken måte de skal sortere dyrene. Elevene arbeider deretter med oppgavene i grupper. Resultatet av arbeidet skal bli en tabell og et søylediagram som de skal tegne på en plakat. Hver gruppe bør få utdelt et ark med dyrebilder. For at de lettere skal kunne sortere dyrene, kan de klippe ut bildene og legge de i ulike bunker.





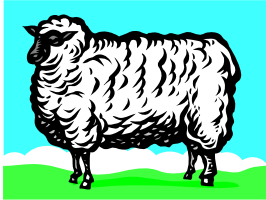
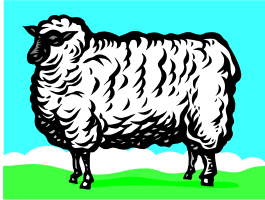






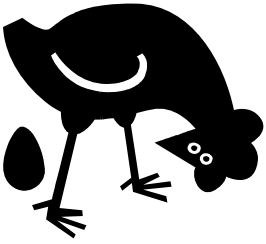
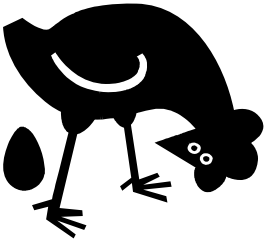

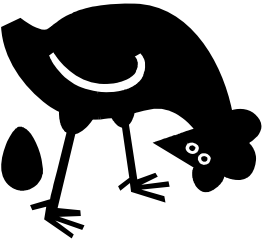


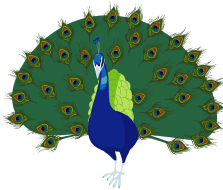

Etter at elevene er ferdige med arbeidet, bør hver gruppe vise fram sin plakat for de andre i klassen. Snakk deretter sammen om hva søylediagrammene viser.

Aktuelle samtale-emner:

Hvilken søyle er høyest i de ulike søylediagrammene? Hvorfor fikk vi så mange ulike søylediagram og tabeller? Hvis det i fjøset på gården hadde vært 4 rom, hvor mange dyr ville det da vært i hvert rom?

DYR PÅ GÅRDEN

 <p>GRISUNGE</p>	 <p>GRISUNGE</p>	 <p>GRISUNGE</p>
 <p>PURKE</p>	 <p>PURKE</p>	 <p>RÅNE</p>
 <p>OKSE</p>	 <p>OKSE</p>	 <p>KALV</p>
 <p>KALV</p>	 <p>KALV</p>	 <p>KU</p>
 <p>KU</p>	 <p>KU</p>	 <p>LAM</p>

			
LAM	LAM	LAM	LAM
			
SØYE	SØYE	VÆR	VÆR
			
KYLLING	KYLLING	KYLLING	HANE
			
HØNE	HØNE	HØNE	HØNE
			
KATTUNGE	VALP	PÅFUGL (HANE)	KANINGUNGE



Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Finn gjerne på andre måter å sortere dyrene på. En videreføring av opplegget kan være å observere dyr på skogs-/fjelltur. Elevene kan så lage tabeller og søylediagram ut i fra observasjonene de gjorde på turen.



Odde- og partallspill

Av Svein Anders Heggem

Undertittel

Et urettferdig, men samtidig motiverende spill i sannsynlighetsregning. Spillet reiser nye problemstillinger som elevene selv kan undersøke.

Beskrivelse

2 og 2 elever spiller mot hverandre. Den ene velger oddetall og den andre velger partall. Bli på forhånd enige med elevene om hvor mange omganger spillet går over. 25 omganger er ganske passelig. Elevene får utlevert 4 spillkort fra en vanlig kortstokk, kort som følger etter hverandre. Eksempelvis 5, 6, 7 og 8 i spar. Kortene stokkes og man trekker ut to kort. Blir summen av disse to kortene et oddetall, går første poeng til eleven som valgte oddetall, og ble det partall går poenget til eleven som valgte partall. Dette går på omgang, men hver omgang registreres, altså teller med.

Forarbeid

Det trengs ikke noe forarbeid eller forkunnskaper ut over at eleven vet hva et odde- og partall er og hvordan man summerer to tall ☺

Matematikk i fokus

Det er sannsynlighetsregning som er sentralt her. Det tydeliggjør sannsynligheten og hvilke faktorer som kan avgjøre et kanskje noe overraskende utfall for noen: Et spill som tilsynelatende virker helt åpent og rettferdig, viser seg å være et svært urettferdig spill. Virkeligheten fortoner seg ofte litt annerledes enn det man umiddelbart forestiller seg

Utstyr

Utover skrivesaker trenger man en kortstokk. En kortstokk med 52 spillkort er nok til 12 grupper, altså 24 elever

Aktivitet/Opplagg

Elevene blir som regel ganske overrasket og lurer på hvorfor oddetall som oftest vinner. Ofte får man spørsmål som: "Hva hvis vi bruker 5 kort?" "Eller 6?" Noen spiller da med 5 og andre begynner å studere dette mer teoretisk



Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Førte gang jeg brukte aktiviteten, hadde elevene i en avgangsklasse og jeg motstridende ønsker som jeg foreslo at vi skulle spille om.... Vi løste konflikten og fikk i stedet en god matematikkøkt.

Lærer bør demonstrere spillet i praksis et par omganger. En vanlig misforståelse elever (og voksne) ofte gjør, er å trekke et kort og så putte det inn i stokken igjen. Da får man ikke frem den ønskede effekt, nemlig at det er en overveiende større sannsynlighet at summen av to tall blir et oddetall. Spillet bør gå over 20-25 omganger for å unngå at man får et litt tilfeldig utfall.

Elevene bør oppfordres til å finne ut hvorfor sannsynligheten blir så skjev for par- og oddetallsutfall. Lærer bør etter en stund ha en oppsummering i plenum og vise dette i et utfallsrom og så få eleven til å reise nye problemstillinger som de kan undersøke: Hva med 5 kort? Hva hvis det er 3 odde- og to partall blant disse 5? Hva med to terninger som man slår? Hvorfor blir det slik?

Litteratur/leseforslag

Jeg har hentet denne idéen fra en work-shop på Universitetet i Agder, KUL-prosjektet "Læringsfelleskap i matematikk"

Ellers er det jo mange gode beslektede idéer til aktiviteter å hente i Svein H. Torkildsens bok "Et ess i ermet. Matematikk med en kortstokk".



Statistikk og sannsynlighet

Søylediagram, kurvediagram, gjennomsnitt, typetall og median.

Av Tone Skori og Tove Branæs

Beskrivelse

Elevene skal finne ut hvor mange søsken de har til sammen ved å stille seg opp på ulike måter.

Matematikk i fokus

Gjennom ulike aktiviteter skal elevene lage søylediagram og kurvediagram med kroppene sine. Deretter skal de regne gjennomsnitt, finne typetall og median.

Utstyr

Skrivesaker og ruteboka, et langt tau eller hyssing og god plass – gjerne ute.

Aktivitet/Opplegg

Først skal alle elevene stå ved siden av hverandre på en lang rekke, de som er enebarn står ytterst til venstre, så følge to søsken, tre søsken, osv. Denne aktiviteten skal gjennomføres uten at de snakker sammen. Deretter skal de finne ut hvem som står midt i rekka – finne median. Så skal alle stille seg på rekker, etter antall søsken de har. Nå danner barna et levende søylediagram. Deretter skal de finne typetall ved å se på den lengste rekka. Vi lager kurvediagram – strekk tauet mellom dem som står bakerst i hver rekke, tauet danner et kurvediagram. Hvor mange barn vill det vært om vi fordelte alle barna likt mellom familiene? Her får vi regnet ut gjennomsnittet. Når vi er ferdig og tilbake i klasserommet, skal elevene tegne det de har gjort og skrive ned resultatene med forklaring.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Opplegget kan gjøres flere ganger med andre undersøkelser. I 2. og 3.klasse er det spennende å ta tannfelling som tema. Andre temaer kan være: hvor mange kjæledyr har vi, hvor mange bokstaver er det i navnene våre. Hver gang tar dere frem begrepene som knyttes til denne formen for statistikk: median, typetall, søylediagram, kurvediagram og gjennomsnitt.

Litteratur/leseforslag

Lærerveiledning Modul 1 for mellomtrinnet, Simplicatus.



Statistikk og sannsynlighet

Søylediagram over stortingsvalget 2009.

Av Tone Skori og Tove Branæs

Beskrivelse

Elevene bruker opplysningen de finner i avisen over hvor mange mandater hvert parti får inn på Stortinget etter den 14.09.09. De skal da laget et søylediagram av dataene de finner. I samme diagram skal de fylle inn hvor mange mandater Akershus får inn fra hvert parti på Stortinget.

Forarbeid

De har jobbet parallelt med tema "valg" i samfunnsfag timene. De har da også jobbet med mye oppgaver i matematikk innenfor de matematiske emnene som står oppført under "Matematikk i fokus".

Det har hatt kurs i bruk av Excel verktøyet

Matematikk i fokus

I denne perioden på ca. 3 uker har de jobbet med dette matematiske innholdet: Observasjoner, lese og lage søylediagram, linjediagram og sektordiagram, spørreundersøkelser og eksperiment, orden data i tabeller og søylediagram, sentralt mål som median, typetall og gjennomsnitt.

Utstyr

Skrivesaker, linjal, fargeblyanter og PC til å lage diagrammet i Excel.

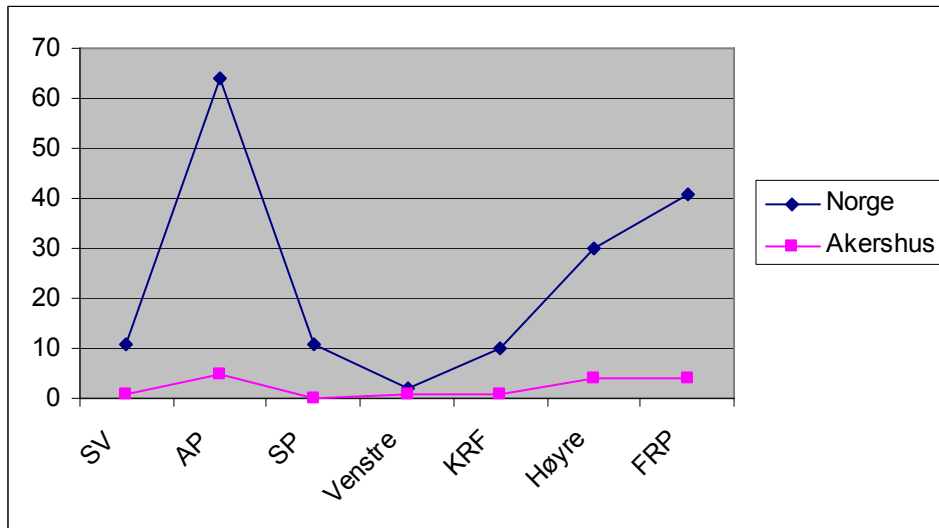
Aktivitet/Opplegg

Dagen etter at valget, fikk elevene utklipp av Aftenposten forside, hvor det stod hvor mange mandater de ulike partiene hadde fått på stortinget. I tillegg så stod det også hvor mange Akershus hadde fått inn fra de ulike partiene.

Ut i fra disse opplysningene, så skulle elevene lage søylediagram over hvor mange hvert parti hadde fått inn på stortinget fra hele landet og for Akershus i samme diagram.

Det som gjorde det litt vanskelig var at det var så stor forskjell på antallet mandater som partiene hadde fått inn. Variasjonen var mellom 2 og opptil 64 mandater, og de måtte da finne ut hvor mange mandater en strek på den vertikale linja skulle være.

De jobbet to og to. Begge måtte lage diagram. De hadde også diskusjon om arket måtte være liggende eller stående. De kom fram til at det måtte bli stående for at de skulle få plass til alle mandatene på den vertikale linja.



Tips til læreren/variasjonsmuligheter

De kunne også ha framstilt dette i linjediagram eller sektordiagram manuelt.



Venndiagram

Vg1P Sannsynlighet

Av Tove Kalvø

Beskrivelse

Ved hjelp av konkreter skal vi illustrere at bruk av venndiagram kan føre oss mot addisjonssetningen innenfor sannsynlighet.

Matematikk i fokus

LK 06 Kopetanssemål etter Vg1P Sannsynlighet

Mål for opplæringen er at elevene skal kunne:

- *beregne sannsynligheter ved å telle opp alle gunstige og alle mulige utfall fra tabeller og ved å systematisere opptellinger samt bruke addisjonssetningen og produktsetningen.*

Utstyr

Mengderinger

Tellebrikker, gjennomsiktige i ulike farger

Aktivitet

Vi tar utgangspunkt i en klasse der det er 29 elever. Når vi undersøker idrettsinteressen finner vi at 18 elever liker fotball og 13 elever liker ski. 5 av elevene i klassen liker ingen av disse to sportsgrenene.

Velg ut en vilkårlig elev i klassen. Hva er sannsynligheten for at:

- En elev liker fotball? $P(F)$
- En elev liker ski? $P(S)$
- En elev liker både ski og fotball? $P(S \cap F)$
- En elev liker ski eller fotball? $P(S \cup F)$

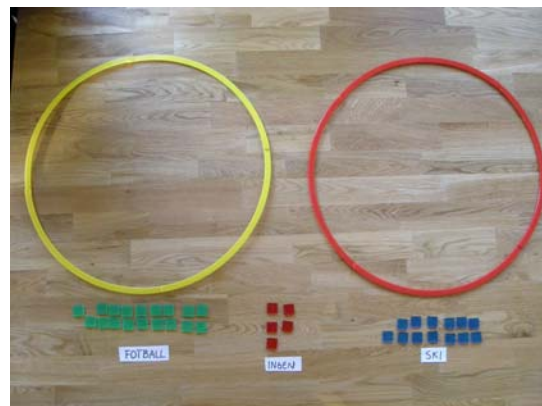
Bruk mengderinger og tellebrikker for å konkretisere situasjonen. La brikker med ulik farge illustrere de ulike sportsinteressene. Sett lapp på mengderingen for hva den illustrerer.

Eksempel:

Eleven velger 18 grønne brikker, 13 blå brikker og 5 røde brikker. En gul mengdesirkel merkes fotball, og en rød mengdesirkel merkes ski.

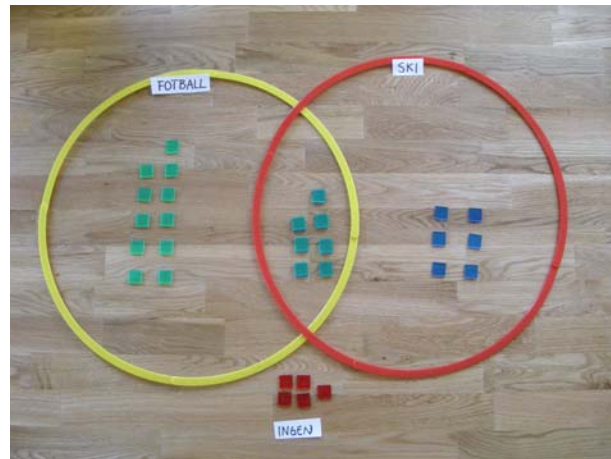
Inne i den gule sirkelen legges 18 grønne brikker, i den gule sirkelen legges 13 blå brikker og de 5 røde brikkene legges utenfor.

Hvis eleven teller opp alle brikker nå vil summen bli 36, men i klassen var det bare 29!



Altså må noen elever like både fotball og ski...

Mengdesirklene flyttes nå slik at de får en overlapping. Området for overlapping vil nå illustrere interessefeltet både fotball og ski. For å vise elever i klassen som interesserer seg både for fotball og ski, må eleven ta en blå og en grønn brikke, og legge oppe på hverandre i skjæringsområdet. Dette må gjøres så mange ganger at summen av alle brikkene tilsvarer antall elever, nemlig 29.



I dette tilfellet blir det da 11 grønne brikker, 6 blå brikker, 7 blå-grønne brikker og 5 røde brikker.

Vi går så videre fra konkretiseringen til å vise situasjonen ved regning.

- a) Sannsynlighet for at en elev liker fotball: $P(F) = \frac{18}{29} \approx 0,621 = 62,1\%$
- b) Sannsynlighet for at en elev liker ski: $P(S) = \frac{13}{29} \approx 0,448 = 44,8\%$
- c) Sannsynlighet for at en elev liker både ski og fotball: $P(S \cap F) = \frac{7}{29} \approx 0,241 = 24,1\%$
- d) Sannsynlighet for at en elev liker ski eller fotball: $P(S \cup F) = \frac{24}{29} \approx 0,828 = 82,8\%$

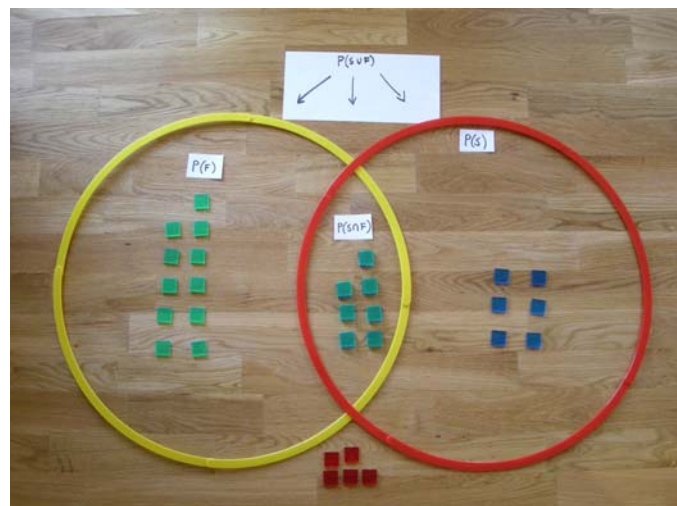
Sannsynlighet for at en elev liker ski eller fotball kan også uttrykkes på følgende måte:

$$P(S) + P(F) - P(S \cap F) = 62,1\% + 44,8\% - 24,1\% = 82,8\%$$

Dette er det samme som $P(S \cup F)$!

Illustrert fra mengdesirklene og tellebrikkene ser vi addisjonssetningen:

$$P(S \cup F) = P(S) + P(F) - P(S \cap F)$$



Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Oppgaven kan endres til å gjelde andre aktuelle eksempler for egen klasse. Prosentdelen i oppgaven kan utelates i første omgang.



Strekkoder og kombinatorikk

Av Anne Karin Wallace

Beskrivelse

Det fins en mengde ulike strekkoder i bruk i varehandel og andre bransjer. Hva må man tenke på når man skal lage en kode som kan registreres av laserstråler? Hvordan kan man komme fram til brukbare koder?

Ved å arbeide seg gjennom oppgavene får eleven innblikk i hvordan kombinatorikk kommer til nytte når en skal lage strekkoder. Vi ser på flere forskjellige koder og hvilke krav de tilfredsstiller.

Forarbeid

Oppgavene kan løses ved at eleven systematisk prøver seg fram, men å finne løsninger ved å bruke kombinatorikk er det mest elegante. Dersom en bruker opplegget før en har jobbet med kombinatorikk kan det knyttes til innføringen av noen av utvalgstypene. Opplegget passer i R1, eventuelt også i Matematikk X.

Matematikk i fokus

Kombinatorikk. Koder.

Utstyr

Ulike varer eller andre ting med strekkoder kan illustrere bruken av kodene, men dette er ikke nødvendig for gjennomføringen.

Aktivitet/Opplegg



Elevtekst:

Strekkoder og kombinatorikk

De første strekkodene på varer dukket opp i 1974 på tyggegummipakker. Strekkoden tolkes som et varenummer og informasjon om varen, slik som pris, hentes fra en database. Grunnen til at en bruker svarte og hvite streker er at disse kan leses av en laserstråle. Det har etter hvert etablert seg flere standarder for strekkoder alt etter bruksområde. Bruksområdene har også blitt flere etter som teknologien har utviklet seg og åpnet for flere bruksmuligheter. De første strekkodene kunne bare kode siffer. Etter hvert har det utviklet koder som kan benyttes for tekst også, og relativt mye tekst kan komprimeres på et lite felt. Noen av de moderne kodene ser ikke ut som strek og blir heller ikke lest av laser, de blir fotografert og bildet blir tolket. Disse kan lagre store datamengder. Eksempel på slike strekkoder finner vi på ombordstigningskortet vi bruker på flyreiser.



I denne aktiviteten er fokus å bruke kombinatorikk for å konstruere like sett med symbol som kan brukes i en strekkode. Vi skal bare jobbe med koder som benyttes til å kode siffer og ikke hele alfabetet. Vi skal se på ulike måter å uttrykke sifrene på ved hjelp av svarte og hvite streker. Den koden de fleste forbinder med strekkode er den som brukes på varer over hele verden. Koden man startet med i USA kalles UPC, den består av 12 siffer. Etter hvert er den blitt utvidet til 13 siffer og kalles nå EAN13. Du finner den på alle varer du kjøper i butikken samt på bøker og blader.



Krav til en strekkode

Hensikten med varenumrene er enkelt å identifisere en varetype. Varenummeret består av et 13-sifret tall. Hvert siffer skal representeres ved hjelp av et mønster av strek og mellomrom fordi dette kan leses av en laserstråle som sveiper over strekene. Hvis skal finne fram til noen strekkoder som kan brukes, og må da først tenke over hvilke krav vi må sette til koden.

- Vi kan uttrykke 10 siffer ved hjelp av koden.
- Koden skal være kort, det er begrenset med plass på etikettene som brukes (og noen varer er små).
- Bare to tegn kan brukes, for eksempel hvit og svart strek, lang og kort strek, smal og brei strek.



Vi skal etter hvert innføre krav som har med sikkerhet å gjøre.

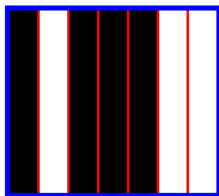
Eksempel på ulike måter å representere kodene på:



I USA brukes strekkoder til å kode postnummer på konvolutter. Her er et postnummer (5 siffer) kodet ved hjelp av lange og korte strek. En lang strek markerer starten og slutten på koden. Postnummeret som er kodet er 55416



Dette er en kode for fire ulike siffer med bruk av tykke og tynne strek. De fire sifrene er 0, 1, 2 og 3.



Her er sifferet 4 kodet ved hjelp av svarte og hvite strek.

I løpet av aktiviteten vil du komme tilbake til alle disse tre måtene å lage strekkode på.



Oppgave 1

Jobb to og to og lag forslag til hvordan strekkoder som skal representere de 10 sifrene 0-9 kan være. Det kan være hensiktsmessig å bruke 1 som symbol for svart/lang/brei strek og 0 som symbol for hvit/kort/smal strek, så slipper vi å tegne og kan presentere koden i en tabell. Lag tabeller som viser de ulike kodene dere lager.

Tips:

Eksempel :

Siffer	Kode
0	0
1	1
2	01
3	10
osv	

Siffer	Kode
0	0
1	1
2	00
3	11
osv	

Oppgave 2

Det er av mange grunner praktisk å bruke koder der hvert siffer representeres av et fast antall tegn slik at koden for alle de 10 sifrene blir like lang. Hvor mange tegn trengs for å lage en kode som kan representere de ti sifrene vi behøver hvis hvert siffer skal representeres med samme antall tegn? Lag et forslag til en slik kodetabell.

Tips: Tenk på hvordan vi representerer tall når vi bare skal bruke to siffer, 0 og 1.



Oppgave 3

Med tanke på å oppdage feil kan det være en fordel å bruke en kode der alle sifrene inneholder like mange 1-ere (svarte felt, breie felt, lange strek...). Hvis antall 1-ere da ikke stemmer med dette antallet vet vi at det har oppstått en feil ved lesing av koden. Kan du lage en kode som både oppfyller kravet om likt antall felt totalt og like mange 1-ere?

Tips: Koden du kom fram til i oppgave 2 har færre enn 10 koder der antall 1-ere er samme antall. Det betyr at vi i hvert fall må utvide til 4 felt. Du kan enten prøve deg fram eller tenke på om det er noen måte å beregne antall koder som tilfredsstiller kravet. Prøv for eksempel følgende: Hvor mange koder som består av 4 felt vil inneholde to 1-ere?

Oppgave 4

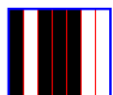
I denne oppgaven går vi ut fra at vi skal uttrykke koden ved hjelp av svarte og hvite strek. Vi forlater nå kravet om at alle siffer skal inneholde like mange 1-ere (svarte strek), og skal lage en kode som oppfyller følgende krav:

- Koden er kontinuerlig, det vil si at vi ikke behøver et mellomrom som skiller sifrene. Da gir det best lesesikkerhet hvis hvert siffer starter med et svart felt og ender med et hvitt (eller motsatt). Hvert felt kan bestå av flere strek (utseendemessig vil da feltene ha ulike bredder alt etter hvor mange strek de består av).
- Det er hensiktsmessig at hvert siffer tar like stor plass, det vil si at alle siffer består av like mange strek (summen av antall svarte og hvite strek er fast).
- Hvert siffer skal ta minst mulig plass, altså består av færrest mulig strek.

Uttrykk de ti sifrene ved hjelp av en kode som følger disse reglene.

Tips:

Her er et eksempel på hvordan et siffer kan kodes med en kode som følger den første av reglene over:



Begynn med å prøve å lage en kode som består av ett svart og ett hvitt felt. Et eksempel på en slik kode er denne:

Koden skrevet med 0 og 1	Notasjon hvis vi skriver antall 1-ere og antall 0-er i hvert felt
10000	14



11000	23
11100	32
11110	41

Med denne koden kan vi kode bare 4 siffer. Hvis vi skal legge sammen to tall og få 5 er det bare $\{1,4\}$ og $\{2,3\}$ som kan brukes, og hvert av disse tallparene skal kombineres på to måter slik du ser i tabellen over.

Vi kan nå prøve videre med enten å bruke flere strek eller vi kan utvide til en kode som består av to svarte og to hvite felt.

Oppgave 5

Koden du fant i oppgave 4 har ikke samme mulighet for feilsjekking som den du fant i oppgave 3. En liknende måte å gjøre feilsjekking på er å lage en kode der antall 1-ere alltid er et partall (eventuelt alltid et oddetall). Lag en kode av den typen du lagde i oppgave 4, men som i tillegg oppfyller kravet om at antall 1-ere alltid skal være et partall.

Tips:

Hvis vi tar utgangspunkt i den koden vi viste som tips i oppgave 4 ser vi at bare halvparten av kodene kan brukes dersom vi krever at antall 1-ere er et partall. Vi må dermed lete etter en kode med mer enn 10 mulige koder og deretter kutte ut de som ikke tilfredsstiller kravet om at antall 1-ere er et partall.

Koden skrevet med 0 og 1	Notasjon hvis vi skriver antall 1-ere og antall 0-er i hvert felt	Antall 1-ere partall
10000	14	Nei
11000	23	Ja
11100	32	Nei
11110	41	Ja



Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Det kan være relevant å innlede litt med å vise noen eksempler på strekkoder eller å snakke litt om ulike bruksområder. Sannsynligvis har en bøker, skrivesaker eller annet i klasserommet som har en strekkode, og med utgangspunkt i dette kan en snakke litt om oppbygningen av koden. Elever som jobber i butikk kan vanligvis bidra med kunnskap om dette. En forklaring av den koden som brukes på dagligvarer fins på [matematikk.org](http://www.matematikk.org):

http://www.matematikk.org/_voksne/artikkel/vis.html?tid=63074

Det vil være en fordel med en oppsummering etter hver oppgave, da oppgavene til dels bygger på hverandre. Det kan også hende at det er nødvendig å gi noen hint for at eleven skal komme i gang med noen av oppgavene.

I oppgave 2, 3 og 4 er det relevant å trekke inn begrep og formuler for beregning fra kombinatorikk. Men oppgavene kan løses ved at eleven systematisk prøver seg fram og setter opp mulige kombinasjoner i tabeller.

På elevarket er det tatt med tips til hver av oppgavene. Læreren avgjør om en vil ha med disse tipsene, eventuelt om en vil ha med flere tips (de kan for eksempel hentes fra løsningsforslaget).

Løsningsforslag:

Oppgave 1.

Her er det mange muligheter, og det er også mange muligheter som er i bruk eller har vært brukt. Det er ønsket om at koden skal ta liten plass, at den skal være teknisk mulig å lese og at det skal være mulig å oppdage feil som fører til at vi innfører flere krav til de kodene som skal brukes. Elevene kan bruke kunnskaper fra kombinatorikk hvis de har arbeidet med dette eller de kan prøve seg fram. Eksempelene som er tatt med er der for at elevene skal skjønne hva de kan prøve, de kan gjerne erstattes med noe annet.

Oppgave 2

Løsningsforslag:

Trekning med tilbakelegging: $2^3=8$, $2^4=16$, vi trenger altså 4 plasser

Plessey Code er et eksempel på en slik kode. I illustrasjonen under er 0 uttrykt som smal strek og 1 som brei strek. Vi ser at koden for hvert siffer er valgt slik at det stemmer med totalssystemet lest fra venstre. Bit-posisjonene vektet altså slik: 1 2 4 8. Den som er interessert finner mer om denne koden på Wikipedia.

0 0000	4 0110	8 0001	C/12 0011
1 1000	5 1110	9 1001	D/13 1011
2 0100	6 0110	A/10 0101	E/14 0111
3 1100	7 1110	B/11 1101	F/15 1111

Oppgave 3

Her kan vi tenke at vi har permutasjoner med klasser av like objekt. Da blir det

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$

permutasjoner. Eventuelt kan vi bruke binomialkoeffisienter, for eksempel: På hvor mange måter kan vi trekke ut to av fem elementer?

$$\binom{5}{2} = 10$$

Det viser seg at det er den korteste koden som tilfredsstiller kravet.

Å bruke Pascals talltrekant kan være et godt alternativ når vi leter etter den korteste koden som kan brukes til 10 siffer der alle 10 sifrene har samme antall 1-ere.

Eksempel: **to-av-fem-kode**

- Hvert desimalsiffer representeres av et binært tall som består av fem bits hvorav to 1-ere og tre 0-er.
- Vanligvis vektet bit-posisjonene slik: 0-1-2-3-6. Null kodens som 01100

Tabellen viser sifrene fra 0 til 9 i forskjellige 2-av 5-kodesystemer. Tallene under er de vektene som benyttes.

Siffer	Telekommunikasjon 01236	IBM 7070, 7072, 7074 01234	POSTNET 74210
0	01100	01100	11000
1	11000	11000	00011
2	10100	10100	00101
3	10010	10010	00110



4	01010	01010	01001
5	00110	00110	01010
6	10001	10001	01100
7	01001	01001	10001
8	00101	00101	10010
9	00011	00011	10100

Under er postnummeret kodet med 2-av-5-kode, en lang strek er en 1-er, en kort strek 0. En lang strek markerer starten og slutten på strekkoden.

John Smith
3256 Epiphenomenal Avenue
Minneapolis, Minnesota 55416



Et annet eksempel på en kode av denne typen er Code39. Her skal tre av 9 felt være 1-ere. Da har vi tilstrekkelig mange ulike tegn til at hele alfabetet kan kodes.

Oppgave 4

Følgende kan prøves:

Kode med ett svart og ett hvitt felt

Hvis vi skal klare å lage 10 koder trenger vi til sammen 11 strek, alle kombinasjoner av to tall som har 11 som sum. Denne koden tar altså ganske stor plass.

Kode med to hvite og to svarte felt

Vi klarer å lage 10 koder med 6 strek. De 4 antallene strek som summerer til 6 er $\{1,1,2,2\}$ og $\{1,1,1,3\}$. Vi må finne antall permutasjoner av disse tallene. 1122

kan kombineres på $\frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ måter (eventuelt $\frac{4!}{2!} = 6$), 1113 kan kombineres

på $\frac{4!}{3!} = 4$ måter (eventuelt $\frac{4!}{1!} = 4$).

Dette er en godt komprimert kode. Med 7 strek lager vi 20 koder. Da er de

brukbare antallene 1114, 1123, 1222. 1123 kan kombineres på $\frac{4!}{2!} = 12$ måter.

Kode med tre hvite og tre svarte felt

Vi må bruke 8 strek for å få mer enn 9 koder. Dermed er både 4 felt 6 strek-koden og 4 felt 7 strek-koden bedre fordi den tar mindre plass.



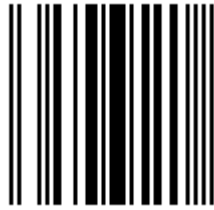
Oppgave 5

Vi ser at 2 hvite og 2 svarte koden over med seks strek ikke oppfyller kravet. Koden med 2 hvite og to svarte felt og 7 strek inneholder nøyaktig 10 koder med like (even) paritet. Den kan dermed brukes, vi stryker de kodene som har ulike (odd) paritet og beholder de som er igjen. Det er disse kodene som brukes i EAN-kodene.

Siffer	Kode
0	3-2-1-1
1	2-2-2-1
2	2-1-2-2
3	1-4-1-1
4	1-1-3-2
5	1-2-3-1
6	1-1-1-4
7	1-3-1-2
8	1-2-1-3
9	3-1-1-2

654321 vil bli 1-1-1 4-1-1-1 1-2-3-1 2-3-1-1 1-4-1-1 2-2-1-2 2-2-2-1 1-1-1-1-1-1.

Strekkoden vil se slik ut:



Videre arbeid

Om en ønsker å jobbe videre med koder kan det for eksempel være aktuelt å jobbe med hvordan kontrollsifferet (det siste sifferet i EAN13-koden) beregnes. Det første sifferet i EAN13-koden er ikke kodet som strekkode. Hvordan dette kodes kan en finne mer om i artikkelen på matematikk.org eller på Wikipedia.

Litteratur/leseforslag

Kilder:

Figurene i løsningsforslaget er hentet fra Wikipedia.

Wikipedia: Start på <http://en.wikipedia.org/wiki/Barcode>

Inger Christin Borge: Strekkoder.

http://www.matematikk.org/_voksne/artikkel/vis.html?tid=63074

Knut Vedeld og Rolf Venheim: Permutasjoner.

http://www.matematikk.org/artikkel/vis.html?tid=68918&within_tid=68810



Sannsynlighetsregning

Av Anne - Mari Jensen

Arbeidsoppgaver som passer til trinn 10 eller 11
Ide: Jorun Grip

Aktuelle lærplanmål:

Etter 10. trinn **Statistikk, sannsyn og kombinatorikk**

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- finne sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i daglegdagse samanhengar og spell
- beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal

Etter 1T **Statistikk, sannsyn og kombinatorikk**

[Omtale av hovudområde](#)

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- formulere, eksperimentere med og drøfte enkle uniforme og ikkje-uniforme sannsynsmodellar
- berekne sannsyn ved hjelp av systematiske oppstillingar, og bruke addisjonssetninga og produktsetninga
- bruke omgrepa uavhengnad (bm.: uavhengighet) og vilkårsbunde (bm.: betinget) sannsyn i enkle situasjonar

Etter 1P **Statistikk, sannsyn og kombinatorikk**

[Omtale av hovudområde](#)

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- lage døme og simuleringar av tilfeldige hendingar og gjere greie for omgrepet sannsyn
- berekne sannsyn ved å telje opp alle gunstige og alle moglege utfall frå tabellar og ved å systematisere opteljingar og bruke addisjonssetninga og produktsetninga i praktiske samanhengar

Utstyr/materiell:

- Bønner i poser (med ca 50 i hver pose). Brune bønner skal være "poteter" og hvite bønner skal være "epler". (I "innvandrerbutikker" selges litt store bønner, de er ikke runde og triller dermed ikke så lett på avveie.) Det lages flekker på noen få av bønnene i hver pose, bruk vannfast tusj:
"Potetene": Noen får grønn flekk ("flekkeete poteter") og noen får blå flekk ("Poteter med tørråte")
"Eplene": Noen får blå flekk ("felkkete") og noen får brun flekk ("råte"), og noen får både blå og brun flekk.
- Hvite ark til å legge bønnene utover på.
- Elevark (vedlagt)

Gangen i undervisningen:

1.

Begynn med "potetene". La elevene sortere dem på arket. Her kan Venn-diagram introduseres. Det er i alle fall greit å tegne mengderinger rundt de ulike kategoriene. Skriv antall ved hver kategori (fine, grønne, med tørråte + totalt antall poteter øverst i kanten av arket)

Viktig å ta tid til samtale etter at eleven har løst oppgavene: Hva betyr spørsmålene? Hvordan regner vi ut sannsynlighetene? Hvorfor kan vi regne det ut slik?

Stikkord: Antall gunstige / antall mulige

Her kan også matematikkens skrivemåter introduseres: For eksempel $P(G) = ..$

Vær nøye med at elevene bruker hele setninger nå de skal *lese* et slikt matematisk utsagn:

$P(G)$ = leses "sannsynligheten for at en tilfeldig valgt potet er grønn, er .."

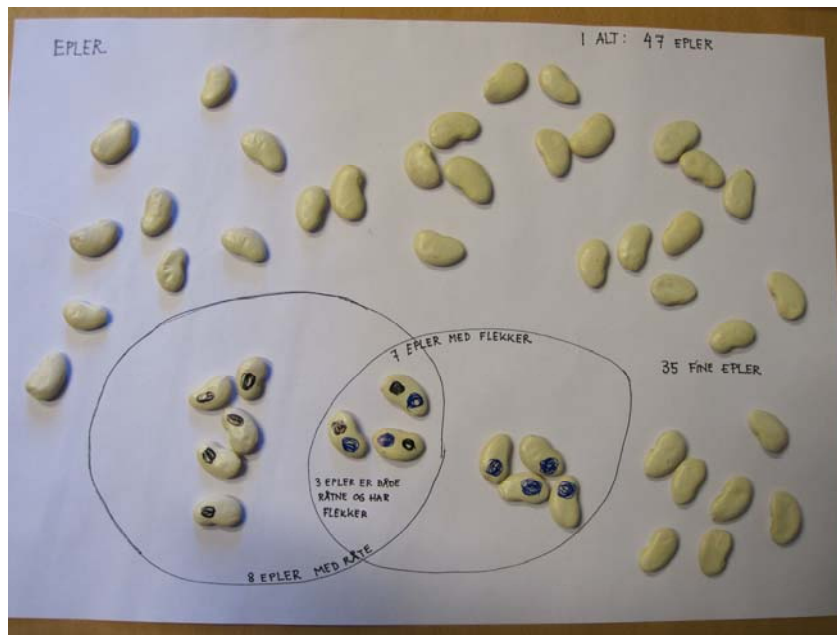
Her kan også skrivemåtene for *snitt* og *union*, og deres betydning, introduseres.



2.

Gjør de samme øvelsene med "eplene". Her er det noen epler som har to egenskaper, de har både flekker og er råtne. Hvis man bruker Venn-diagram, er dette en fin anledning til å tegne mengderinger som overlapper hverandre, så det blir en plass for "eplene" som er både flekkete og råtne, samtidig som disse også ligger sammen med de andre "eplene" med samme egenskap.

Bruk tid til å diskutere: Hva betyr de ulike spørsmålene? (Merk at "eller" betyr "enten, eller, eller begge deler"). Og hvordan regner vi ut sannsynlighetene?



Noen av elevene skal også lære om betinget sannsynlighet:
Regelen er den samme: Antall gunstige / antall mulige. Men her er antall mulige begrenset, det er betingelsen som begrenser antall mulige.

Merk!

$P(F | G)$ = leses "sannsynligheten for at en tilfeldig valgt potet er flekkete *når vi vet at* den er grønn"

Tegnet | leses enten "når vi vet at" eller "hvis vi vet at"

Vi kan også gå fra en regel som gir oss sannsynlighet som et forhold mellom antall, til en regel som bare inneholder sammenhengen mellom sannsynligheter:

$$P(G | F) = \frac{\text{antall grønne som også er flekkete}}{\text{antall flekkete}}$$

$$P(G | F) = \frac{\frac{\text{antall grønne som også er flekkete}}{\text{totalt antall}}}{\frac{\text{antall flekkete}}{\text{totalt antall}}}$$

$$P(G | F) = \frac{\frac{\text{antall grønne som også er flekkete}}{\text{totalt antall}}}{\frac{\text{antall flekkete}}{\text{totalt antall}}}$$

$$P(G | F) = \frac{P(G \cap F)}{P(F)}$$

Og om vi vil, kan vi skrive denne siste regelen om på så mange måter som mulig:



$$P(G | F) = \frac{P(G \cap F)}{P(F)}$$

$$P(G \cap F) = P(F) \cdot P(G | F)$$

$$P(F) = \frac{P(G \cap F)}{P(G | F)}$$

På dette nivået er det viktig å være nøye på lesingen, og lage flere øvinger for å bevisstgjøre:

Hva er forskjellen i betydning på disse to utsagnene:

- sannsynligheten for at et eple er både brunt og flekkete
- sannsynligheten for at et eple er flekkete når vi vet at det er brunt

La elevene lage problemer uttrykt med ord, så er oppgaven å oversette til matematikkens symbolspråk. Ofte får vi tolkningsproblemer her, - det er en flott anledning til å klargjøre begrepene.



Kvalitetskontroll av poteter

Vi tenker oss at vi skal gjøre en kvalitetskontroll av poteter i en butikk. Vi skal lete etter tørr-råte og etter om potetene er grønnfargede.

Vi tenker oss at bønnene i boksen svarer til en stikkprøve av poteter. De som er merket med en grønn flekk er poteter som er grønne, og de som er merket med en blå flekk er poteter som har tørr-råte.

Fordel "potetene" på det utdelte arket, i riktige områder. I rektangelet nedenfor tegner du av de samme områdene og skriver antallet av poteter i hvert område. I øverste kant av arket skrives det totale antall poteter.

Finn:

- a) sannsynligheten for at en tilfeldig potet skal ha tørr-råte
- b) sannsynligheten for at en tilfeldig potet skal være grønn
- c) sannsynligheten for at en tilfeldig potet skal være helt fin



Kvalitetskontroll av epler

På samme måte gjør vi en kvalitetskontroll ved å kontrollere 50 epler. Vi leter etter råtne epler og epler med flekker på skallet.

"Epler" med blå flekk, har flekker på skallet, og "epler" med brun flekk er råtne. Lag felter på det utdelte arket og plasser alle "eplene" utover. Tegn av arket i rektangelet nedenfor, og skriv på antall epler i hvert område.

Finn:

- a) sannsynligheten for at et tilfeldig valgt eple skal være flekkete
- b) sannsynligheten for at et tilfeldig valgt eple skal være råttent
- c) sannsynligheten for at et tilfeldig valgt eple skal være både flekkete og råttent
- d) sannsynligheten for at et tilfeldig valgt eple skal være bare flekkete
- e) sannsynligheten for at et tilfeldig valgt eple skal være helt fint
- f) sannsynligheten for at et tilfeldig valgt eple skal være flekkete eller råttent

Evt. Betinget sannsynlighet:

Finn:

- g) sannsynligheten for et tilfeldig valgt eple er flekkete når vi vet at det er råttent
- h) sannsynligheten for et tilfeldig valgt eple er råttent når vi vet at det er flekkete.



Hvordan har du det i dag?

- Arbeid med søylediagram på 1. trinn.

Av May Else Nohr og Hanne Hafnor Dahl

Beskrivelse

Undervisningsopplegget tar utgangspunkt i en gratis internettside:

<http://nces.ed.gov/nceskids/createagraph>

Forarbeid

Lærer må sette seg godt inn hvordan programmet fungerer.

Matematikk i fokus

Kompetansemål i LK06 etter 2. trinn i emnet statistikk:

"Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- samle, sortere, notere og illustrere enkle data med teljestrekar, tabellar og søylediagram (LK06:61)."

Kompetansemål i LK06 etter 4. trinn i emnet statistikk:

"Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- samle, sortere, notere og illustrere enkle data med teljestrekar, tabellar og søylediagram, og kommentere illustrasjonane (LK06:62)."

Utstyr

Man trenger:

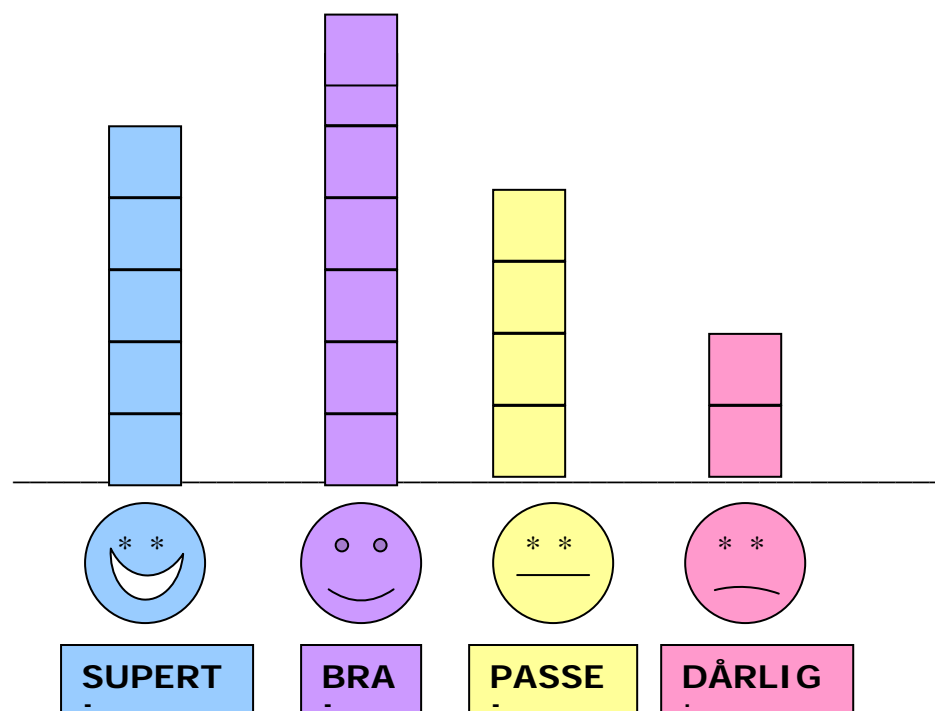
- en pc med prosjektor
- lerret eller smartboard
- tilgang til internett

Aktivitet/Opplegg

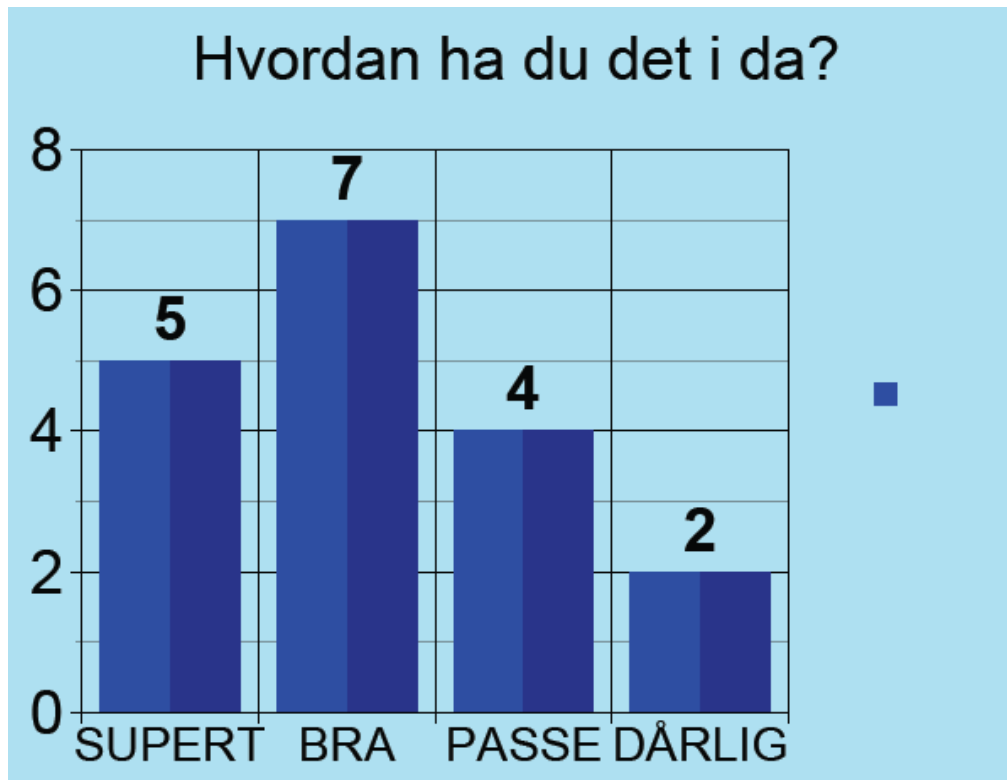
1.trinn: Hvordan har du det i dag?

Man kan starte timen/dagen med å spørre hvordan elevene har det i dag, for eksempel i forbindelse med navneopprop. Dette er også en fin måte å få alle elevene "i tale" (elever med et begrenset ordforråd kan delta) alle har noe å si – de kan også peke på en av figurene.

Svaralternativene er **SUPERT - BRA - PASSE - DÅRLIG**:



Søylediagrammet kan tegnes på tavla på denne måten. Et annet alternativ er å skrive resultatet inn i programmet "Createagraph":



I programmet "Createagraph" kan elevene bestemme farger på søyler og bakgrunn, form på søylene – sylinder, trekant, rektangel m.m. de kan også bestemme skrift type og størrelse på skrift m.m. – se kopi under:

"Design"

Once you have selected which type of graph you want to use, you are asked to select several different settings for the layout of your graph. You can always go back and change, so try different options to see which works best.

- For line graphs and area graphs, you will be asked to select a background color for your graph, the color you want the grid lines to be, the number of grid lines you want (how many segments do you want the y-axis separated into), whether you want the graph to be 2-dimensional or 3-dimensional, and where you want the legend for your graph to be.
- For bar graphs, you will be asked to select the same things as above, but you will also need to select what kind of bars you want to have.
- For pie charts, you will need to select what kind of filler you want the slices to have in addition to the general information. Notice you do not have to select information about grid lines, because a pie chart has no x or y-axis.
- For X-Y plots, you will need to select which type of plot you wish to have in addition to the general information.



"Data"

- After you have filled in all of the information on the *Design* Tab, you can select the *Data* Tab on the right side of the screen. Again, take a moment to read the help menu. It will explain each of the fields you are being asked to fill in.
- Give your graph a title and identify the source of your data. If your graph has axes, you will need to label them.
- Next you will need to select how many data points you are going to enter and whether you are entering one or more groups of data.
- You will select the colors for your bars/lines/slices as well as the shape, size, and color of the points for line graphs and x-y plots.
- After this, you need to enter your data and give each data a label that will appear along the x-axis or, if you are creating a pie chart, in the legend.
- Finally, on this page you will be asked to select minimum and maximum values for the axes. They will be divided into equal segments depending on how many grid lines you selected on the previous page.
- Once you have entered all of the information, you need to select the *Labels* tab on the right of your screen.

"Labels"

- Now that you have all of your data entered, it is time to choose how you wish to label the data on your graph. Again, you should read the *Help* menu first.
- Begin by choosing whether you want to show data labels or not. Then you can choose the position, font, and color of your data labels. The data labels are those that directly label each piece of data. (For example, bars in bar graph or slices in a pie chart.)
- Next, you can choose the color and size for the other text on your graph. (For example, Title, axis labels, Legend, etc.)
- Finally, you should select the font you want all of your labels to appear in.
- After you have completed all of the information, you can click on the *Preview* tab on the right side of the screen. This will allow you to see what your graph looks like. If you want to change anything, just select the appropriate tab and change the information. You can preview the graph after every change you make until you are satisfied with the final product.
- Once you are satisfied, select the *Print/Save* Tab.

"Print/Save"

- Now that your graph is complete, you can print, save, and email your graph, or you can start a new graph.
- If you wish to erase your graph or start a new one, select the action under *Project Tools*.
- If you wish to print your graph, simply select *I*.
- In order to save your graph, click on *I* and choose what format you want to save it in and where you want to save the graph.
- If you wish to email the graph to yourself or someone else, simply type in the email address and click *Send*. You will be able to make changes to the graph from the emailed link.

Aktiviteten kan gjøres hver dag gjennom en uke for å sammenligne resultatene på slutten av uken, å for eksempel finne ut hvilke dager det var flest elever som hadde det supert – dårlig osv.



Aktiviteten kan først gjøres felles i klassen - etter hvert vil elevene kunne gjøre samme aktivitet alene eller to og to.

Målene med aktiviteten er at elevene skal telle opp antallet - lese av søylene – og bruke begrepene færre enn – flere enn og like mange.

- Fint å ha noe felles å snakke om, lettere å få til en klassesamtale med et felles utgangspunkt hvor alle har hatt betydning for resultatet av søylene
- Ved å lage statistikk over hvordan elevene har det vært dag får man en oversikt som endrer seg over tid, elevene vil kunne lese av endringen og se hvordan søylene endrer seg fra dag til dag ut fra det samme spørsmålet. Vil gi elevene trening i å kunne se en endring/variabler.
- Elevene kan være med å bestemme hva dagens statistikk skal inneholde. Kan da lage statistikk over det som interessere elevene, som de er opptatt av for øyeblikket.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Ideer til hva man kan lage statistikk over:

- Hvordan liker du best å reise: med båt, fly, buss, bil, tog?
- Hva vil du jobbe med når du blir voksen?
- Hvilke av disse middagene vil du helst ha i dag?
- Hvilket av disse dyrene liker du best?

Litteratur/leseforslag

Andre nettsider med fine oppgaver:

http://www.netrover.com/-kingskid/graph/graphingli_1.html



Hvor høye er vi?

Statistikk på 4.trinn: Måling av høyde

Av Anita Røste

Beskrivelse

Elevene måler høyden på hverandre og bruker dette tallmaterialet til å lage tabeller og diagrammet, både skriftlig (i kladdebok) og på PC (regneark).

Forarbeid

Elevene bør ha jobbet med/repetert enheter for måling av lengde, og kunne noe om omgjøring mellom enheter, for eksempel fra meter til centimeter. Undervisningsopplegget er tenkt gjennomført i forbindelse med at elevene jobber med tema målinger fra læreplanen.

Matematikk i fokus

Måling og statistikk.

Mål fra K-06 (etter 4. årssteget) skal elevene kunne: *Samle, sortere, notere og illustrere data med teljestrekar, tabellar og søylediagram, og kommentere illustrasjonane*

Utstyr

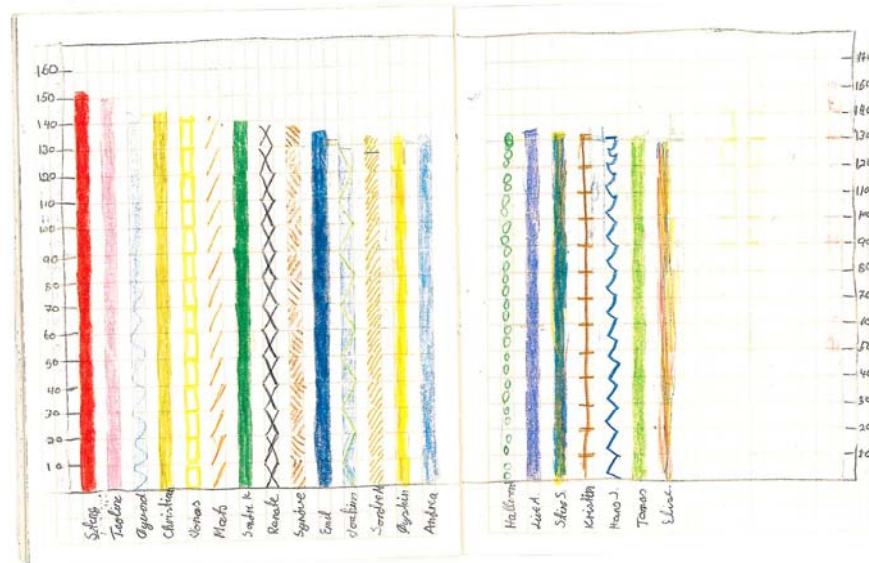
Meterstokker/tommestokker/målbånd. Flippover og tusj. PC'er til elever (to elever per pc er ok), gjerne PC med projektor (eller smartboard) for lærer.

Aktivitet/Opplegg

Elevene har *målinger* som tema. En dag/time måler de høyden på hverandre. Lærer noterer ned på flippover eller tavle. Neste dag/time jobber elevene systematisk med målingene: de skriver opp en tabell i kladdeboka fra høyest til lavest. Deretter lager de et diagram i kladdeboka som viser fordelingen (passer til tabellen). Senere (samme dag eller påfølgende dag) kan de arbeide videre med disse dataene på PC. De legger dette inn i regneark samtidig som de lærer grunnleggende funksjoner i Excel (kolonne, rad, celle, diagramveiviser osv.) Elevene kan gjerne jobbe to og to sammen ved en PC.

Namn	DM	MM	MM	CM
Stine	152	1520	152	152
Perline	150	1500	150	150
Olavind	146	1460	146	146
Christian	144	1440	144	144
Tomas	143	1430	143	143
Mats	142	1420	142	142
Sondre K	140	1400	140	140
Renate	139	1390	139	139
Synne	139	1390	139	139
Emil	138	1380	138	138
Joakim	138	1380	138	138
Sondre M	137	1370	137	137
Oystein	137	1370	137	137
Andrea	136	1360	136	136
Harvard	136	1360	136	136
Svein	136	1360	136	136
Stine Sofie	135	1350	135	135
Kristin	134	1340	134	134

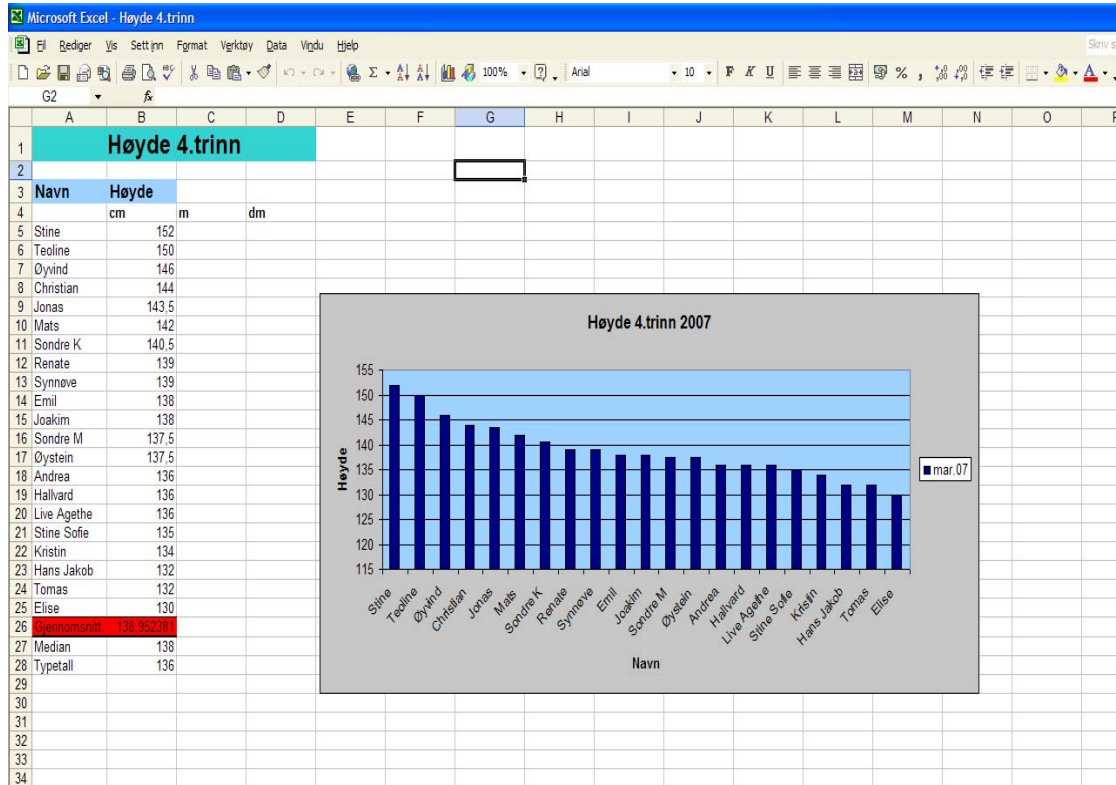
Namn	DM	MM	MM	CM
Hans Jakob	132	1320	132	132
Tomas	132	1320	132	132
Eliess	130	1300	130	130



Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Sammen med elever bruker jeg gjerne litt tid til å diskutere hva som er det "beste" diagrammet. Er det søylediagrammet som viser det best? (og hvorfor ikke et sektordiagram for eksempel). I forbindelse med denne aktiviteten finner vi også gjennomsnittshøyden for gruppa.

Generelt mener jeg at når elevene skal lære å lage tabeller og diagram, så bør elevene jobbe skriftlig (i kladdebok) før de legger inn dataene i regnearket. Altså ikke begynne å legge datamaterialet inn på PC med en gang. Lærebøkene har ofte mange oppgaver hvor elevene skal bruke regneark for å løse oppgaven. Et poeng at elevene bruker regneark i situasjoner der det er naturlig; de bruker sitt eget tallmateriale. Når jeg jobber med et undervisningsopplegg som jeg har beskrevet her, føler jeg at det er i tråd med målene fra K-06 og at jeg derfor kan "kutte ut" tilsvarende oppgaver fra læreverker/bøker.





Hvor mange staffettlag kan man lage av en skoleklasse?

Sannsynlighetsregning med Talldjevelen og Pascals trekant

Av Susanne Stengrundet

Beskrivelse

Med hjelp av et utdrag av boka "Talldjevelen" av Magnus Enzensberger blir elevene presentert et problem. Hvor mange treergrupper kan man lage av en gruppe på 8 elever? Dette og tilsvarende andre problem blir løst med hjelp av Pascals trekant.

Forarbeid

Elevene skal være kjent med trekanttallene
Det kan være en fordel at elevene er sett med Pascals trekant.

Matematikk i fokus

Grunnleggende ferdigheter i matematikk:

Å kunne lese i matematikk inneber å tolke og dra nytte av tekster med matematisk innhold

Kompetansemål etter **10.årstrinn**: Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk
Kompetansemål for **R1** Kombinatorikk og sannsynlighet
Kompetansemål for **S1**: Sannsynlighet

Utstyr

Flere kopier av Pascals trekant
Kopier av kapittel "Åttende natt" av Talldjevelen (Hele kapittel for vgs, siste delen av kapittelet for ungdomsskole, fra side 161 og utover)

Aktivitet/Opplegg

1. Innledning

Læreren forteller kort om innholdet i boka. Det er en gutt som heter Robert. Han er ikke flink i matematikk. Robert og læreren hans kommer ikke godt overens. Men så begynner tilng å skje. I drømmen får Robert besøk av talldjevelen som på en morsom måte presenterer Robert for mange matematiske sammenhenger. I denne episoden sitter Rober og læreren i klasserommet. Resten av elevene er ute på skoleplassen.



2. Håndtrykk

Talldjevelen har nettopp spurt Robert hva han tror ville skje hvis alle elevene ga hverandre hånden når de forlater klasserommet.

- Læreren presenterer problemet for klassen.
 - I klassesamtalen blir problemet drøftet
 - Læreren noterer svarene på tavle.
 - Klassen skal komme fram til at det er trekantttallene.
- Elevene får utdelt en tallpyramide og finner trekantttallene i tallrekken (markert med grønt på tegningen)
 - Læreren stiller en del spørsmål, som hvor mange håndtrykk er blir det, det er 6 elever som hilser på hverandre , 8, 11 osv

3. Kostemannskaper

- Eleven får utdelt kopien av boka og leser gjennom. Trekantttallene blir brukt til å utlede gruppen på 3 medlemmer.
 - I en samtale sjekker læreren om elevene har forstått.
- Elevene skal fargelegge sin egen trekant uten å se i kopiene.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Her er problemet presentert for en ungdomsskoleklasse. Opplegget kan også brukes på videregående skole i både R1 og S1. Jeg starter sannsynlighetsregningen med å la elevene lese hele kapittel 8. Det er klart at man på dette trinnet må matematisere problemet i langt større grad enn for ungdomsskole elever. Erfaringene er gode. Selv sterke elever har i ettertid forklart at de har relatert oppgaver til talldjevelen for å forstå dem. Pascals ttekant finnes i formelsamlingen.

Litteratur/leseforslag

Talldjevelen , en nattbordsbok for alle med matteskrekk, Hans Magnus Enzensberger , 1997 Aschehoug





Det perfekte spillebrett

Kan vi finne det perfekte spillebrett som garanterer rask matto eller bingo?

Av Inger- Lise Risøy

Beskrivelse – 5. trinn

Er det mulig å lage det perfekte spillebrett med tall som vinner raskt i matto? Elevene får forske på hvilke tall det er lurt å velge ut fra mulighetene for sum. Det brukes 2 terninger hvor summen av disse to utgjør tallene på brettet. Hvilke summer er det lurt å bruke? Elevene deles inn i grupper, og de forsøker på henholdsvis terninger som går til 6, til 9 (hvor 0 er med), 12 og 20.

Forarbeid

Repetere reglene for matto.

Lage ferdig spillebrett med valgt antall ruter – 16 eller 25. Her har jeg valgt 4 x 4 ruter.

Matematikk i fokus

Etter 7. årssteget (MAT1Z13 - Matematikk 5.-7. årssteg)

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- ❖ planleggje og samle inn data i samband med observasjonar, spørjeundersøkingar og eksperiment.
- ❖ representere data i tabellar og diagram som er framstilte digitalt og manuelt, og lese, tolke og vurdere kor nyttige dei er.
- ❖ vurdere sjansar i daglegdagse samanhengar, spel og eksperiment og berekne sannsyn i enkle situasjonar.

Utstyr

Terninger som går til 6, 9, 12 eller 20.

Spillebrett med 16 eller 25 ruter.

Aktivitet/Opplegg

Vi starter med en felles samling hvor vi snakker om spill og muligheter til å vinne. Det forutsetter at elevene har spilt bingo eller matto før. Gjennomgang av reglene for matto når vi summerer to terninger som går opp til 6. Hvilke tall er det lurt å velge? Hvilke tall er det ikke lurt å velge? Hva med tallet 1? Hvor mange muligheter har vi for å få summen 8 for eksempel? Hva hvis vi bruker andre terninger? Elevene deles inn i grupper, og her kan vi jo dele elevene inn slik at de sterkeste får terningene som går opp til 20. Utfordre elevene til å lage en tabell som beviser deres påstander om hvilke tall de vil velge og hvorfor – mine elever fikk tabellen utgitt sammen med oppgaven. Diskuter så i plenum igjen hvor elevene får fremføre sine resultater for de andre i klassen. Avsluttes med å spille matto med de ulike terningene. Hvordan ble resultatet i forhold til de undersøkelsene de hadde gjort på forhånd? Er sannsynlighet bare teori? Hva hvis vi hadde prøvd flere ganger, ville det blitt et annet resultat?

Gjennomføringen



Elevene hadde mange tanker om hvilke tall som var lure å velge. De var raskt enige i at 1 var ikke smart å velge, men kom også til den konklusjon at den gruppa som forsket på terningene som gikk fra 0 – 9, ville ha mulighet til å få 1, dermed var det et reelt valg for dem. En av elevene fremmet en hypotese: "Det er ikke nøye hvilke tall som er på brettet, for det er bare flaks som gjør at noen vinner!" Det ble en flott diskusjon med mange gode argumenter for

at det faktisk har noe å si. "Velger du 1 på hele spillebrettet, vil du jo tape uansett! – da har det noe å si hvilke tall du velger!", poengterte en medelev. Dermed trakk eleven hypotesen tilbake og var klar for å undersøke mer.

Gruppene jobbet på forskjellige måter. Noen var svært systematiske med å starte på summen 2 og jobbe seg oppover. Andre igjen bare tok tilfeldige tall og sjekket hvilke summer som var mulige. Den gruppa som forsket på terninger som gikk til 6, fikk mest tid til å forske på om tallene de valgte ut var bra. De rakk å sjekke 4 spillebrett før tiden ble for knapp, og de ville ikke ha friminutt! Det hadde de ikke tid til. De var opptatt av å finne ut om det var lurt å kutte ut tallet 10 og var midt en tankegang!



Antall mulige sammensetninger	Mulig sum med 2 terninger
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7
5	8
4	9
3	10
2	11
1	12

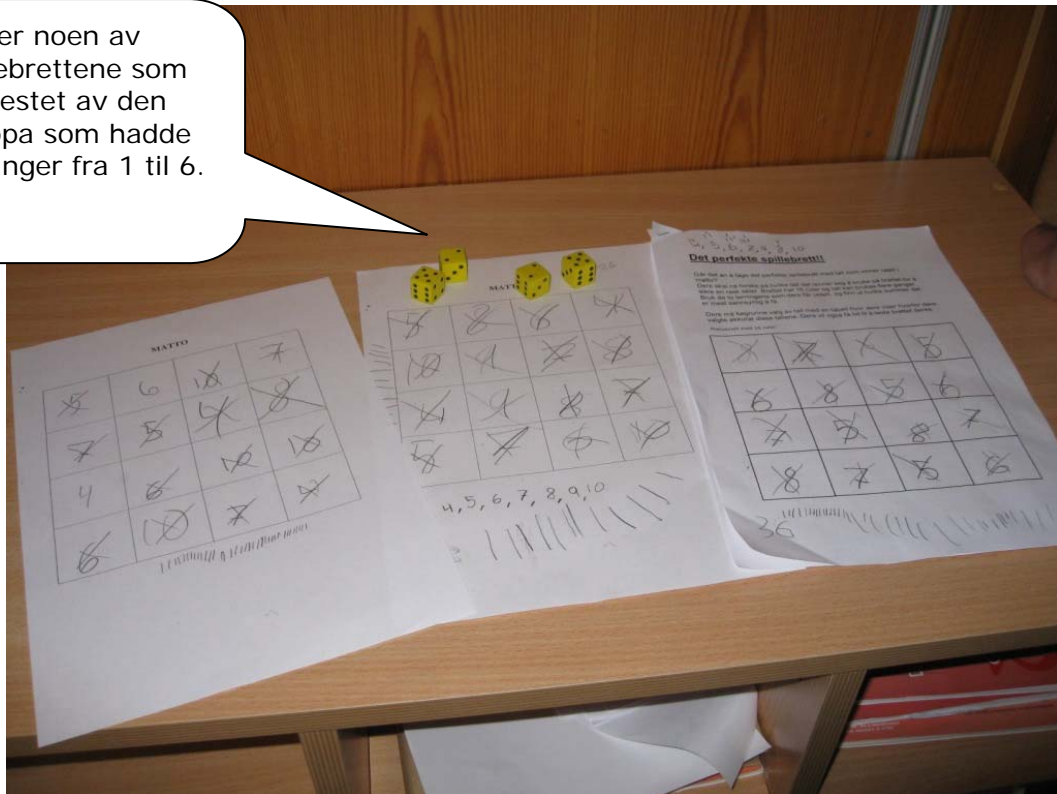
Antall mulige sammensetninger	Mulig sum med 2 terninger
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7
5	8
4	9
3	10
2	11
1	12

Alle elevene markerte hvor mange kast de måtte ha for å få fullt brett med de tallene de hadde valgt ved å sette streker for hvert kast de gjorde. Noen markerte også antall kast for å få en rekke (vannrett, loddrett eller diagonalt). Alle gruppene var opptatt av å sjekke hvilke tall som var "lure" å velge ut fra tabellen. Det ble en fin visualisering på hvilke summer som en har størst sjanse å få, men alle opplevde jo at det var såkalte "sikre" tall som i praksis ikke kom som summer.



Engasjementet var på topp hele tiden, og svar på spørsmålet på oppgaven har vi enda ikke kommet frem til. Det krever enda mer forskning og mer testing av spillebrett! En kjempefin erfaring i at spørsmål/påstander engasjerer elever til å bli nysgjerrige og ønske å finne ut av påstandene!

Her er noen av spillebrettene som ble testet av den gruppa som hadde terninger fra 1 til 6.



Tips til læreren/variasjonsmuligheter

De som forsket på terninger opp til 20, brukte lang tid til å finne alle summene. Her kan gruppa utfordres til å starte fra hver sin "ende". Noen begynner på 2 og andre på 40. Da blir de raskere ferdig med tabellen sin, før de velger tall til mattobrettet sitt. Det er viktig å ha klar "hva hvis – spørsmål" på forhånd. Her kan også terningkastene simuleres i Excel – spennende for elevene å se i etterkant av forsøket.



Litteratur/leseforslag

Ideen til matto kommer fra Geir Botten.

Mattobrett med 16 ruter



Det perfekte spillebrett!!



Går det an å lage det perfekte spillebrett med tall som vinner raskt i matto?

Dere skal nå forske på hvilke tall det lønner seg å bruke på brettet for å sikre en rask seier. Brettet har 16 ruter og tall kan brukes flere ganger.

Bruk de to terningene som dere får utdelt, og finn ut hvilke summer det er mest sannsynlig å få.

Dere må begrunne valg av tall med en tabell hvor dere viser hvorfor dere valgte akkurat disse tallene. Dere vil også få tid til å teste brettet deres.

Mattobrett med 16 ruter



Antall mulige sammensetninger	Mulig sum med 2 terninger

VALGET

Statistikk på 8.trinn

Av Berit Aadne

Beskrivelse

Dette er matematikkdelen av et større tverrfaglig prosjekt om stortingsvalget. I samfunnsfag lærte elevene om Stortinget og valg generelt. Elevene valgte et parti som de presenterte ved veggavis og muntlig framføring.

I matematikk hentet vi ut partienes oppslutning fra 1957 og fram til i dag på internett. Elevene lagde stolpediagram på grunnlag av dette. De beregnet også gjennomsnitt, variasjonsbredde, typetall og median for sitt parti.

Deretter regnet vi ut antall mandater for hvert fylke for partiet ved valget 2009.

Forarbeid

Elevene har lært det meste av dette på barneskolen, men det er lurt å repetere begreper og framgangsmåte igjen. Variasjonsbredde og frekvenstabell for sektordiagram er nytt i ungdomsskolen. Elevene søkte på internett etter mandatfordeling og prosentoppslutning fra tidligere år for partiet sitt.

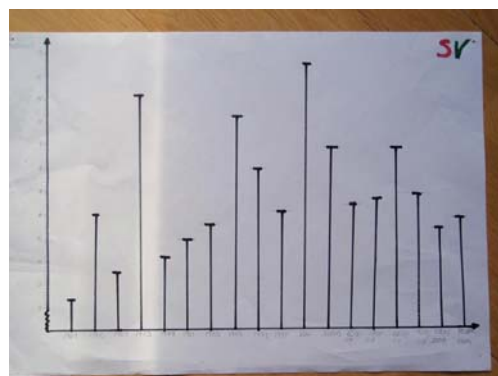
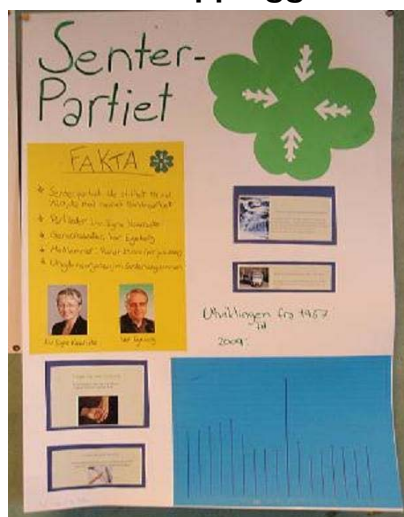
Matematikk i fokus

Innholdet av dette dekker de fleste læreplanmålene i statistikk for ungdomstrinnet.

Utstyr

Til slutt i prosjektet gjorde vi utregningene og diagrammene i Excel. Da trenger elevene tilgang til datamaskiner. Det er fint om lærer bruker projektor i denne undervisningen.

Aktivitet/Opplegg





Elevene hadde laget diagram med forskjellige verdier på y-aksen. Dette gjorde at vi kunne diskutere hvordan diagrammer kunne endre utseende til egen fordel. Et eksempel på dette er bildet av SV-diagrammet til høyre. Vi hadde en diskusjon om misbruk av diagrammer i forbindelse med dette.

Variasjonsmuligheter

- Vi brukte klosser med forskjellige farger for å vise variasjonene i partienes oppslutning fra midten av august og fram til valget. Blå klosser var 10%, grønne var 5% osv. Elevene lagde "tårn" for sitt parti og endret dette hver uke.
- Jeg plasserte blant annet noen av elevene foran tavla med et ark med et tall på. Resten av klassen skulle regne ut gjennomsnitt, variasjonsbredde, typetall og median av disse tallene.
- Man kan gjøre alt i Excel for å øve bruken av dette programmet.

Tilfeldighetenes spill

Sannsynlighetsberegning med terninger

Av Marion Høyland Sødal

Beskrivelse

Vi kaster terninger og noterer resultatene i tabell og søylediagram. Opplegget passer både for småtrinnet og mellomtrinnet.

Forarbeid

Lage tabell og søylediagram på tavla. De minste får utdelt ferdig kopi.

Matematikk i fokus

Kompetansemål etter 4. årstrinn: Samle, sortere, notere og illustrere data med tellestreker, tabeller og søylediagram, og kommentere illustrasjonene.

Utstyr

Én terning pr. elev.

Ruteark til tegning av diagrammer og tabeller (vedlagt).

Opplegget

Fordeling

Alle elevene får en terning hver.

Terningen kastes seks ganger. Hvert resultat skrives ned.

Resultatene føres i en tabell og et enkelt søylediagram (antall enere, toere, treere osv.)

På tavlen:

Antall enere, toere, treere osv. noteres av hver elev.

Lag samlet tabell og søylediagram for alle elevene.

Klassesamtale:

Fikk hver elev en av hver side på terningen?

Fikk klassen til sammen omtrent like mange av hver?



Gjennomsnitt

Alle elever kaster en terning.

Før resultatet opp på tavlen.

Gjenta gjerne så det blir over femti kast.

Legg sammen alle resultatene og del på antall kast = gjennomsnittet.

Klassesamtale:

Teoretisk gjennomsnitt er 3,5.

Fikk klassen det samme?

Hvorfor / hvorfor ikke?

Hvorfor er gjennomsnittet 3,5 og ikke 3?

Konkurranse: Er vi synske?

En terning til hver elev. Elevene samarbeider to og to.

Alle skriver hva de tror de får og gir lappen til medeleven.

Alle kaster en terning.

Elevene rekker opp hånden hvis de gjettet riktig.

Før opp på tavlen antall som gjettet riktig og hvor mange som bommet.

Sannsynligvis er det fem ganger så mange som har bommet som det er som har truffet.

Klassesamtale:

Hvorfor er det fem ganger så mange som har bommet? Evt. hvorfor har vi fått andre resultater?

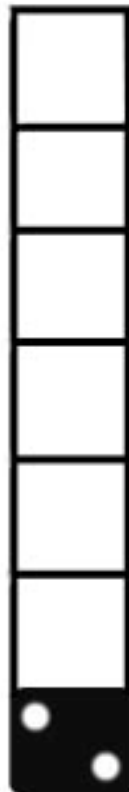
Hva er sjansen for et bestemt resultat når du kaster en terning?

Hva hadde resultatet vært hvis noen i klassen var synske?

Klarte noen i klassen å gjette riktig alle gangene?



Ideen er hentet fra "Forskningsdagene i Bergen".





Avisartikkel omkring en gallup

Av Geir Kristoffersen

Beskrivelse

200 seigmenn forestiller velgere som representerer forskjellige parti avhengig av fargen på hver enkelt seigmann. Ut fra en gallup, skal elevene lage en avisartikkel om det nært forestående valget.

Opplegget er hentet fra 9. trinn i læreverket Sirkel fra Aschehoug forlag

Forarbeid

- Kjøpe inn seigmenn
- Telle velgerne til alle partiene i skåla
- Oppgi resultatet fra forrige valg slik at et parti får klar framgang, et parti klar tilbakegang og mindre forandringer på de to andre partiene.
- En kan ha ferdige elevgrupper for jobbinga med artikkelen

Matematikk i fokus

- Prosentregning
- Statistikk
- Sannsynlighet i forhold til størrelsen på en gallup

Utstyr

En kan enten ha:

1. Ca 5 – 6 poser seigmenn (evt. damer), så vi har opp mot 200 velgere. Velg enten menn eller damer da det er nyanser i fargene mellom kjønnene.
2. En skål eller eske for å samle alle velgerne.
3. Ark som elevene kan skrive avisartikkelen på

Aktivitet/Opplegg

Avisartikkelen skal handle om valg. Populasjonen er et rikt antall seigmenn i varierte farger, som representerer partiene de røde, de grønne, de gule og de oransje.

Vi bør sørge for at det blir både store og små partier, og vi står selvfølgelig fritt hvilke partier som skal være representert.

Skaft en oversikt over sammensetningen i populasjonen. 200 velgere kan være sammensatt for eksempel slik:

Partier	Antall velgere totalt	Prosent	Resultat ved forrige valg
De røde	75 stk	37,5 %	23,5 %
De grønne	40 stk	20,0 %	22,0 %
De gule	60 stk	30,0 %	15,5 %
De oransje	25 stk	12,5 %	39,0 %

Resultatet ved siste valg får elevene vite før gallupen settes i gang. Sørg for at det er store endringer for minst ett av partiene!



Så er vi framme ved selve høydepunktet. Elevene trekker ut tilfeldige velgere en etter en, registrerer partiet og sørger for at velgeren ikke kan spørres flere ganger. Det kan for eksempel skje ved å spise han. Når alle elevene har trukket et par velgere hver – opp til 50 og mindre enn firedelen av populasjonen – er det tid for å gjøre opp status.

Elevgruppene må analysere resultatene og lage en kort avisartikkel. La ikke tidsramma være for romslig. Redaksjonen har en nådeløs deadline. Her er det om å gjøre, ikke å bomme stygt med for store bokstaver. Avisas rykte står på spill. Det hele avsluttes med å se på gallupen i forhold til det endelige valgresultatet, som består av samtlige seigmenn.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Aktiviteten kan gjennomføres med annet materiale enn seigmenn, men det blir garantert ikke like festlig.

En kan i tillegg prøve en annen gallup der en kun spør / spiser en seigmann hver og ser på troverdigheten av denne.



Avisartikkel om gallup

Overskrift

Illustrasjon/foto

Ingress

Artikkel

"Lamming" - Statistikk for 1. og 2. trinn

Av Marianne Herland



Forklaring

Lamming er tenkt som et undervisningsopplegg i matematikk på våren i 1. eller 2. trinn etter gårdsbesøk der sauene har fått lam.

Matematikk i fokus

Undervisningsopplegget dekker læreplanmålet i statistikk etter 2. trinn. Samle, sortere, notere og illustrere enkle data med teljestreker, tabellar og søylediagram.

Utstyr

Fyrstikker, ull til toving, små og store tellebrikker, blyant, papir og farger.

Aktivitet/Opplegg

Gårdsbesøk om våren rett etter lammingen.

1. Elevene samler inn data på gården.
2. De notere ned hvor mange sauer bonden har.
3. De noterer så ned hvor mange lam bonden har.
4. Studerer sauene og lammene og observere hvor mange lam den enkelte sauen har fått.

Eleven har på forhånd fått opplæring i hvordan de kan gjøre sine notater på gården.

For 1. trinn kan dette komme til uttrykk med enkle strektegninger/tellestreker. For 2. trinn er det naturlig at de i tillegg til strektegninger/tellestreker bruker symbolene.

Tilbake i klasserommet skal elevene bruke sine notater til å lage en oversikt over sauene og lammene på gården.

Her skal eleven i grupper komme frem til en måte de vil illustrere lammingen på. Samarbeid og kommunikasjon om hensiktsmessige måter å illustrere dette på er forventet.

Senere skal gruppene presentere for klassen hvordan de har tenkt for å komme frem til sin illustrasjon.



De får også i oppgave å lage matematikkoppgaver til klassen utfra sitt materiale. F.eks hvor mange føtter har lammene ?

Lamminga illustreres så konkret med laging av sau og lam. Ull blir tovet, sau og lam blir formet og fyrstikker blir brukt til føtter. Dette arbeidet kan bli til flotte bondegarder både sett frå et kunst og-håndverks perspektiv og et matematisk perspektiv. Elevene tegner bondegården og setter sauene og lammene inn i denne sammenhengen.

Storyline kan brukes i dette arbeidet

Regnefortellinger kan deretter lages.

Neste steg er å illustrere sine observasjoner i tabeller og i søylediagram. Lærer har da laget tabeller og søylediagram som elevene fyller ut.





Vikinglotto

Hvor stor er sjansen til å få 6 rette?

Av Eva Viborg Wollan

Beskrivelse

Etter 10. årstrinn sier Kunnskapsløftet bl.a. at elevene skal finne sannsynlighet gjennom eksperimentering, simulering og beregning i dagligdagse sammenhenger og spill. De skal også kunne beskrive utfallsrom og uttrykke sannsynlighet som brøk, prosent og desimaltall. Videre skal elevene vise med eksempel og finne de mulige løsningene på enkle kombinatoriske problem.

For å oppnå disse målene på ungdomsskolenivå kan et opplegg være å finne sannsynligheten for å få 6 rette i Vikinglotto. Elevene skal da lage et sannsynlighetstre som viser hvor stor sjansen er for å få 6 rette i Vikinglotto.

Forarbeid

Det er lurt å repetere/oppfriske kunnskapen om brøk, prosent og desimaltall på forhånd.

Matematikk i fokus

Elevene tilegner seg grunnleggende kunnskap i sannsynlighetsregning. Når man ser på sannsynligheten for å vinne med én lottorekke, er det vanskelig å telle opp både begivenheter og utfallsrom direkte. Her får elevene lære kombinatorikk.

Utstyr

Vanlige skrivesaker, linjal, kalkulator og store ark, evt. rutebok.

Aktivitet/Opplegg

Elevene tenker seg at de leverer en rekke i Vikinglotto. Der er det 42 tall, og 6 av disse skal trekkes ut som de "rette".

Et sannsynlighetstre er fint å bruke for å visualisere denne sannsynligheten i ungdomsskolen. Det vil bli et svært tre med hele 64 greiner til slutt, så det vil kreve litt plass. Dette bør imidlertid ikke være til hinder for aktiviteten.

Elevene får tegne sine egne sannsynlighetstrær på store ark, evt. i arbeidsbøkene sine. De kan evt. også samarbeide to og to om oppgaven. Når elevene har fått tegnet treet med alle sine utgreininger, skal de skrive på alle sjansetallene i brøk på alle greinene. De skal også skrive R for riktig tall og G for galt tall. De vil etter hvert oppdage at bare den forgreiningen som er helt til venstre fører til 6 riktige tall, og de må lære at disse sjansetallene må multipliseres for å finne sjansen til å få disse 6 riktige tallene.

Sjansen for 6 rette:

$$\frac{6}{42} \times \frac{5}{41} \times \frac{4}{40} \times \frac{3}{39} \times \frac{2}{38} \times \frac{1}{37} = \frac{1}{5245786} = 0,000000191$$



Dette betyr at det er 5245786 mulige måter å trekke ut 6 tall av 42 tall på. Av disse over 5,2 millioner måtene er det bare én måte, altså én av 5245786 måter, som gir de 6 riktige tallene. Sjansen er så liten som 0,000000191. Det kan være en stor overraskelse for mange elever at sjansen til å trekke ut 6 riktige tall av 42 tall skal være så liten. Et sannsynlighetstre vil kunne hjelpe elevene til å forstå dette. Det kan kanskje også virke preventivt på en evt. gryende spillegalskap.

En ekstraoppgave kan være å finne sjansen for å få ingen riktige tall.

Jeg har her skissert begynnelsen av treet. Se egen side.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

En tilleggsaktivitet kan være å spille lotto i klassen. Det kan gjøres ved å skrive tallene f.o.m. 1 t.o.m. 42 på lapper og legge de 42 lappene i en urne. En bestemmer seg for hvilke tall som skal være de 6 riktige. Så får elevene trekke 6 lapper hver, og se hvor mange riktige tall de får. Lappene må selvsagt legges tilbake i urnen slik at alle får den samme sjansen.

Litteratur/leseforslag

Ideen til denne aktiviteten fikk jeg fra en oppgave jeg arbeidet med da jeg gikk årsstudiet i matematikk ved Høgskolen i Nord-Trøndelag våren -05.

R= RIKTIG TALL
G=GALT TALL

Treet fordobler seg enda to ganger til.



Sannsynlighet og statistikk.

Utvikling av forståelse for begrepet sannsynlighet.

Av Brynhild Nysted

Beskrivelse

Aktivitetene kan være til hjelp i arbeidet med å hjelpe elevene til å gjøre seg nyttige erfaringer med "sannsynlighets-situasjoner" som senere kan være grunnlag for å utvikle mer formell forståelse.

Fra **umulig og/eller helt sikkert** til utvikling av begrepet slik at en ser at noen alternativer er mer sannsynlig å inntreffe enn andre.

Gjennom samarbeid og diskusjoner med medelever vil elevene få erfaringer med realistiske "modeller" som senere kan støtte dem i arbeidet med teoretisk sannsynlighet.

Forarbeid

Opplegget kan brukes som innføring i sannsynlighet eller som en repetisjon for å sikre seg at elevene har den nødvendige forståelsen og/eller for å avdekke misforståelser de måtte ha.

Opplegget krever noe utstyr:

Spinnere med farger må lages på forhånd

Terninger hvor dere selv skriver inn tall

Ulike ark for å registrere resultat.

Matematikk i fokus

Fra **ideer om sjanse** til **begrepet sannsynlighet**.

Sannsynlighet for en hendelse er et tall mellom 0 og 1.

Jo, flere antall forsøk – jo, bedre "konklusjoner" kan en trekke.

Fra realistiske uformelle forsøk – til teoretisk sannsynlighetsregning.

Utstyr

Spinnere med farger må lages på forhånd. (noen eksempler vedlagt her).

Kan lage et utvalg av spinnere som en laminerer slik at de kan brukes om igjen.

Terninger hvor dere selv skriver inn tall eller markere farger.

Vanlige terninger kan brukes avhengig av elevenes alder.

Ulike ark for å registrere resultat (noen eksempler er vedlagt her).

Små posser/sekker.

Kuber (for eksempel multilink)



Aktivitet/Opplegg med tips til variasjonsmuligheter

Aktivitet A.

La elevene bedømme om ulike hendelser er sikker, umulig eller mulig. Be dem også om å begrunne sine valg/fortelle hvorfor de tror det.

- Slipp en stein i vann og den vil synke.
- Treet vil snakke til oss.
- Solen vil stå opp i morgen tidlig.
- Tre elever vil være borte fra skolen i morgen.
- Hans vil legge seg før klokka 20.30 i kveld.
- Du vil få to bursdager neste år.
- Det vil regne i morgen.
- o.l.

Aktivitet B.

"Først til topps".

Bruk en tofarget spinner og la elevene utføre forsøk.

Be elevene gjette hvilken **farge** de tror vil "vinne". (Det er fargen, ikke personer som vinner.)

For hvert kast skriver elevene inn en X i rute i riktig kolonne. Fortsett til en farge når toppen.

Spillet bør gjentas noen ganger.

Hvilken farge vant flest ganger?

Hvorfor tror du det er slik?

Hvis du spiller en gang til, hvilken farge tror du vinner da?

"Til topps"	
	X
	X
X	X
X	X
RØD	BLÅ
START	



Bruk ulike spinnere.
Se eksempler i vedlegget.
Kan bruke flere farger på spinneren.

Spinnerne gir elevene en visuell støtte i sin gjetting. Støtte for forståelsen for hvorfor resultatet kan forventes å bli slik. Elevene kan se den relative delen av hele sirkelen som den aktuelle fargen dekker.
Slike spinnere kan også lages direkte på plast slik at de kan brukes på overhead. Fargelegg de ulike delene med farge og gjør forsøk på overheaden sammen. Modeller på overhead kan også være utgangspunkt for å la elevene forklare hvordan de tenker for hverandre.

"Først til topps" kan også spilles ved hjelp av terninger.
Det kan være terninger hvor som en lager selv – fargelegg sider med ulike farger. Start med to ulike farger – for eksempel 2 røde og 4 blå sider.
Husk å la elevene gjette før de utfører spillet.

Et moment i diskusjonene her kan være at terninger ikke "husker" fra gang til gang. De kan få andre resultater enn de forventer. Gjentakelser av forsøk med notering av resultatene kan hjelpe på veien mot de store talls lov.

Aktivitet C.

Adder, og hold regnskap med resultatene.

Lag to terninger med følgende sider: 1, 1, 2, 3, 3, 3.
Elevene kaster hver sin gang og holder regnskap med summene de får.
La elevene få et skjema som de kan notene i. Kaster til en av radene er full

2	X									
3	X									
4	X	X								
5	X									
6	X	X								

Spillet bør gjentas flere ganger.
Eller man kan lage en oversikt over resultatene fra alle gruppene.

Her er det viktig at en samtaler med elevene i etterkant.
Hvilken sum vant flest ganger?



Hvilken sum vant færrest ganger?

Om elevene hadde valgt sitt "favoritt-tall" i forkant, kan man spørre hvilket tall de ville velge om de skulle spille flere ganger. ---og hvorfor?

Husk at elevenes forståelse (ide) om sannsynlighet utvikles gjennom erfaringer.

En forklaring fra læreren kan gi en overflatisk forståelse av sannsynlighet.

Læreren oppgave gjennom diskusjonene er å lokke fram elevenes egne ideer – ikke forklare og vurdere svarene. Lytt til elevenes forklaringer – viser de (en gryende) forståelse for hvorfor noen resultater er mer sannsynlig enn andre.

Husk de store talls lov – slik at "forsøkene" må gjentas flere ganger for at elevene skal kunne se sammenhengen.

Videreutvikling av begrepet sannsynlighet – noen resultater/hendelser er mer/mindre sannsynlig enn andre.

De to neste aktivitetene går ut på å anslå sannsynlighet ved å "plassere" hendelser mellom **umulig** (0) og **sikkert** (1).

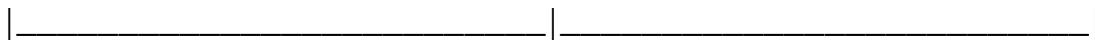
Aktivitet D.

Sannsynlighets- eller "sjanse-linje"

Sannsynligheten for å treffe blå.

Umulig

sikkert



Lag ulike spinnere som skal plasseres under linjen.

Hva er sjansen for at pekeren skal stoppe på blå?

En gul spinner.

En blå spinner.

En som er delt i to like store deler (blå og gul). Marker nøyaktig midten på linja for denne spinneren. Representerer en sjanse tilsvarende $\frac{1}{2}$ eller 50 %.

La elevene plassere figurene på det stedet som de mener er riktig. Alternativene skal gå mellom umulig og sikkert.

Bruk ulike samlinger av spinnere slik at de får trening i å bestemme hvor stor sjansen er.

Aktivitet E.

"Sannsynlighetspose"

(Sekk/pose for å variere materialet en arbeider med. Gi likevel elevene mulighet til å resonnerer selv. Variasjon av materiale – generalisering av kunnskap.)

Sannsynligheten for å trekke blå.

Umulig

sikkert

|_____||_____||



Elevene får et ark som på figuren.

Bruk sjanse-linja og lag et merke for ca 20 % på linja.

Hvor mange av brikkene må være blå for at denne figuren skal angi sjansen for at vi den brikken vi trekker ut skal være blå?

- La elevene fargelegge ulike antall blå og røde "brikker".
- Diskuter hvor på sjanselinja de ulike figurene elevene har laget, vil befinne seg.

Utstyr elevene med kuber og en pose/sekk slik at de kan lage en modell av forslaget sitt. Nå kan de gjennomføre forsøk og teste ut forslagene sine. Hvordan gikk det med forsøkene? Ble resultatet slik de hadde trodd?

Bli enig om en modell klassen vil prøve ut.

Alle gruppene lager samme modell og prøver ut.

Hold regnskap med alle resultatene – på tavla – slik at det blir mange forsøk.

Kommer dere nærmere antatt resultat når dere gjennomfører mange forsøk?

Gruppens samlede resultater kan hjelpe elevene med å forstå grunnlaget for "de store talls lov".

La elevene lage spinnere og gjennomføre et lignende forsøk (unngå at de knytter det til et spesielt eksempel – generalisering).

Litteratur.

Etter ideer fra :

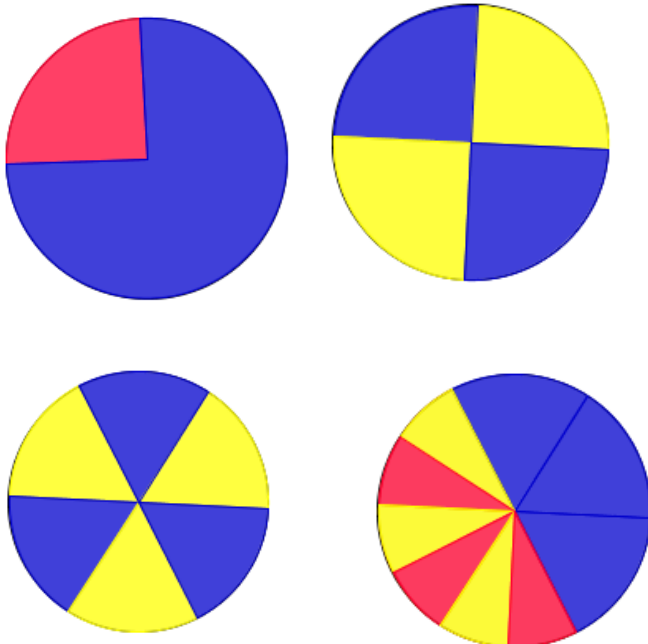
John A. Van de Walle; 2007: Elementary and middle school mathematics.

Vedlegg:

"Først til topps".

"Til topps"	
RØD	BLÅ
START	

"Først til topps".



Adder, og hold regnskap med resultatene. (terninger)

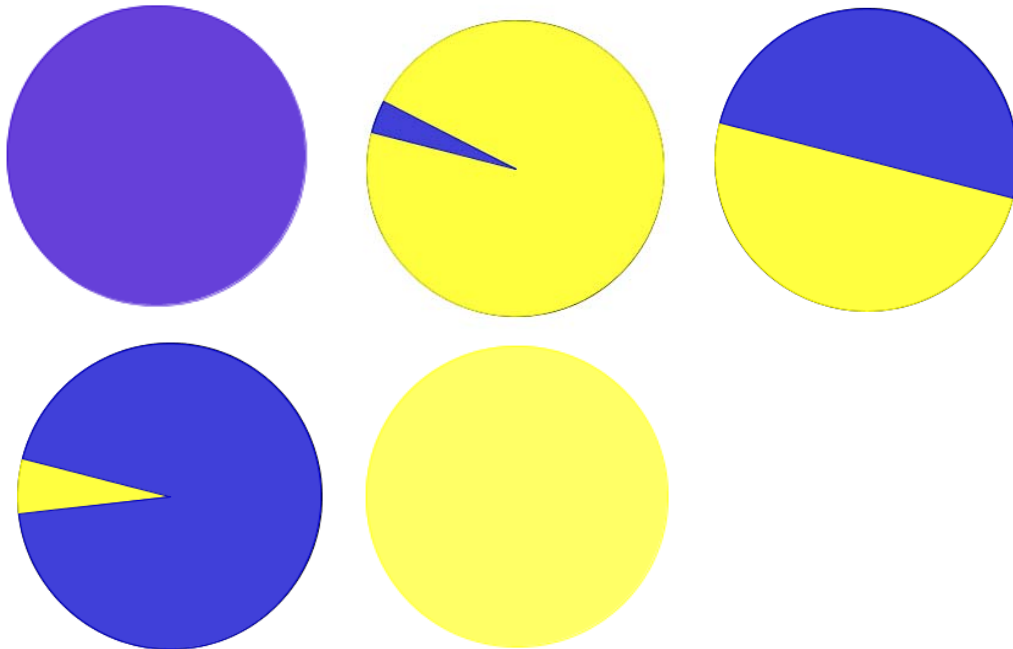
2										
3										
4										



5										
6										

Sannsynlighets- eller "sjanse-linje"

Sannsynligheten for å treffe blå.



"Sannsynlighetspose"

Navn: _____

Farge ☐



Umulig

sikkert

En matematisk "kosetime" med statistikk

Hvilke farger er mest populære?

Av Tommy Nordby



Beskrivelse

I dette opplegget skal vi undersøke hvilken farge elevene foretrekker på godteri, og sammenligne dette med en analyse av data som elevene samler inn. Godteriet vi har brukt i denne øvelsen er Nonstop. Klassen deles i det vi kaller for *kjernegrupper* på fire og fire. Hver kjernegruppe deler seg så inn i *1-ere*, *2-ere*, *3-ere* og *4-ere*. 1-ere, 2-ere, 3-ere og 4-ere danner så nye *tverrgrupper* for å løse bestemte oppdrag, før de returnerer til sin kjernegruppe. Tilbake på kjernegruppen presenteres det man har funnet ut. Opplegget trener elevene i begrepsbruk og kommunikasjon av resultater.

Forarbeid

Man må i butikken for å handle det godteriet man velger å bruke. I dette forslaget med kjernegrupper på fire og fire elever, trenger man fire Nonstop poser.

Opplegget kan gjøres i sin helhet som et mindre prosjekt på 7.trinn og oppover. Av forkunnskaper må elevene kjenne til begrepene sektordiagram, stolpediagram, søylediagram, typetall, forholdstall, prosentvis fordeling og brøk. Deler av opplegget kan også gjøres fra 5.trinn.



Læringsmål

- Elevene skal kunne presentere og forklare begrepene sektordiagram, stolpediagram, søylediagram, typetall, forholdstall, prosentvis fordeling og brøk.
- Elevene skal vise at de kan planlegge og samle inn data i sammenheng med observasjoner, spørreundersøkelser og eksperimenter
- Elevene skal vise at de kan representere data i tabeller og diagram som er fremstilt digitalt eller manuelt, og lese, tolke og vurdere hvor nyttige de er.

Matematikk i fokus

Sektordiagram, stolpediagram, søylediagram, typetall, forholdstall, prosentvis fordeling og brøk. Opplegget trener elevene i begrepsbruk og kommunikasjon av resultater.



Utstyr

- M&M`s, Non stop, Smarties, Seigmenn eller Seigdamer med mer. Kan også bruke tellebrikker.
- Kopioriginal om kaloriforbruk
- Skrivesaker, passer, farger, gradeskive, kalkulator og linjal



Aktivitet/Opplegg

1-ere:

Finn prosentvis fordeling av fargene i posen. Lag et sektordiagram.

2-ere:

Finn vekten til hvert drops. Finn vekten til alle dropsene i hver farge.

3-ere:

Lag et stolpediagram over fargefordelingen i posen. Hvor stor brøkdel av non-stopene utgjør hver farge?

4-ere:

Finn gjennomsnittlig antall kalorier per drops. Finn antall kalorier i alle dropsene i hver farge. Finn en aktivitet på kopioriginalen og regn ut hvor lang tid den må gjøres for å forbrenne alle kaloriene i hele posen.

Gruppen skal selv finne ut hvilke hjelpemidler de skal bruke. Alle må forstå det de skal presentere. Presentasjonen må være tydelig slik at alle forstår hva som er gjort.

Oppgaver til kjernegruppene:

1-erne starter med å presentere arbeidet fra 1-ergruppa til sine kjernegruppe-medlemmer. Be elevene legge vekt på å forklare tydelig for hverandre, og forsikre seg om at alle har forstått hva 1-erne har gjort. Så gjøres det samme av 2-eren, 3-eren og 4-eren.



Kjernegruppene skal så lage en presentasjon på en A3-plakat med overskriften:
"Hvilken farge er mest populær?"

De skal også gjøre en analyse av troverdigheten i undersøkelsen. Det bør komme frem at det var forskjeller i de ulike posene som 1-erne, 2-erne, 3-erne og 4-erne undersøkte, og om det kan gjøre undersøkelsen mer troverdig.

Plakatene henges opp på et synlig sted på skolen.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Etterarbeid

Elever lager en spørreundersøkelse blant elevene på skolen der de stiller ett enkelt spørsmål til alle elevene på skolen:

"Hvilken farge liker du best på Nonstop (Smarties/M&M/Seigmenn)? "

Etter datainnsamlingen skal kjernegruppene lage en tilleggsplakat med overskriften:

"Hvilken farge er mest populær på skolen vår?"

Plakaten skal inneholde et råd til godteriprodusenten om hvordan fargefordelingen i godteriposene bør være.

Litteratur/leseforslag

Idéen er hentet fra Ingvill M. Stedøys Matematiske Koffert, Simplicatus, AS 2006





Kopioriginal

(fra <http://www.trim.no/>)

Energiforbruk, i kilokalorier forbrukt per time

Kaloriforbruket er anslagsvis beregnet hos en person som veier rundt 70 kilo (kroppsvekten, og da kilo muskelmasse, er svært innvirkende på kaloribehovet hos den enkelte). Tallene om kaloriforbrenning er kun ment som en pekepinn.

Daglige og vanlige aktiviteter (kcal/time):

- Gange, rolig: 215
- Gå ned trapper: 414
- Gå opp trapper: 1079
- Hus- og hagearbeid 252
- Kle seg/vaske seg 192
- Klippe gress, manuelt 281
- Lage mat/re opp senger 236
- Luke ugress 362
- Måke snø 481
- Sitte og snakke/skrive 111
- Sove/sitte og lese/se på tv 74
- Stå oppreist 89
- Sykling, rolig 310
- Tørke støv 163
- Vaske gulv 281

Arbeid, fysiske yrkesaktiviteter (kcal/time):

- Arbeid ved samlebånd: 148
- Bilreparering: 259
- Graving og hakking: 414
- Gruvearbeid: 584
- Landbruksarbeid: 236
- Lett kontorarbeid: 185
- Maling av hus: 215
- Murerarbeid: 207
- Skrive på datamaskin, raskt: 141
- Slepe tømmer: 1168
- Vedhugst: 444



Treningsaktiviteter/sport (kcal/time):

- Aerobics, hard: 814
- Alpint: 591
- Badminton/volleyball: 318
- Bordtennis: 236
- Dansing, høyt tempo: 355
- Dansing, moderat tempo: 259
- Fotball: 510
- Gange, rask: 384
- Golf: 244
- Håndball, squash: 466
- Jogging: 666
- Langrenn: 405
- Løping, moderat: 872
- Løping, rask: 1213
- Ridning: 414
- Skøyteløp: 273
- Svømming, rask: 296
- Sykling, rask: 658
- Vannski: 444
- Vaske vinduer 259



Fotballstatistikk

Hva er sannsynligheten for innkast?

Av Hugo Christensen

Beskrivelse/hensikt

Stille seg undrende til fotballstatistikk – og annen statistikk. Arbeide med middelerverdigbegrepet. Problemstillingene under kan tenkes igjennom individuelt for deretter å diskuteres på gruppe og/eller i hel klasse. Klassen får et omfattende arbeid med å kartlegge sannheten om spillets gang!

Forarbeid

Sannsynlighetsbegrepet bør gjennomgås, men oppgaven er så pass iøynefallende at begrepet antakelig kommer av seg selv.

Matematikk i fokus (læringsmål).

Statistikk, sannsynlighetsbegrepet, kritisk analyse, forholdsregning. Bruke brøkrekning og sette opp ligninger ut fra en tekst.

Utstyr

Ut over vanlig arbeidsmaterieil: Stoppeklokke og kalkulator.

Aktivitet/Opplegg

Del 1:

Tenk deg at du slår på TV og at sendingen tilfeldigvis viser en norsk tippeligakamp.

- Hva tror du sannsynligheten er for at ballen er i spill akkurat når du slår på?
- Hva tror du sannsynligheten er for at sendingen viser et innkast i det samme øyeblikket.
- Hva tror du sannsynligheten er for at det enten er innkast, frispark eller hjørnespark?
- Hva tror du sannsynligheten er for at treneren kjeft på dommeren?
 - Foreløpig har vi forholdt oss til hva vi TROR. Hvordan kan vi finne ut sannheten om problemene over?

Hva hvis det er en Addecoligakamp som spilles? Tror du sannsynlighetene over vil være annerledes? Hva kan eventuelt være årsaken til forskjellen? Undersøk.

Del 2

- I en og samme kamp - vil det være forskjell i ballbesittelse mellom lagene? Hva er eventuelt årsaken(e)?
- Er det mer avbrudd i spillet til Rosenborg enn Fredrikstad?
- Hva er sannsynligheten for at ballen er i spill dersom det er Barcelona som spiller?

Del 3

- En fotballkamp varer i 90 min. Hva blir gjennomsnittlig ballbesittelse på hver spiller hvis vi forutsetter at ballen er i spill kun 2/3 av kamptida?
- Hvis keeper har halvparten så mye ballkontakt som spissene og spissene fjerdeparten av midtbanespillerne og forsvarsspillere og disse har like mye



ballbesittelse. Hvordan er ballfordelingen på de forskjellige spillerne i minutter nå?

Begrepet middelværdi:

- I en fotballtropp er det 17 spillere. Gjennomsnittsalderen på disse er 25 år. Aldersforskjellen mellom den eldste og den yngste er 19 år.
 - Hvor gamle er den yngste og den eldste spilleren?
 - Hva er gjennomsnittsalderen på de 15 andre? Her regner vi alder i hele antall år.
 - Beskriv hvor gammel hver spiller er.
- Før en ny sesong er stallen økt med to spillere og gjennomsnittsalderen er gått ned til 22 år. Hva har skjedd av spillerutskiftninger?

La elevene resonere rundt hvordan et lag kan være ulikt sammensatt og likevel ha lik gjennomsnittsalder. Oppgaven kan utvides ved å trekke inn median og typetall.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Læringsmål ut over det åpenbare kan være;

- At eleven innser verdien av og anvender matematikkens uttryksformer.
- Lærer grunnleggende statistiske begrep og metoder for å samle inn og behandle data.
- Lærer å beskrive og sammenligne viktige egenskaper ved statistisk informasjon.
- La elevene

Tips: Hovedårsaken til mangel på spill er nok først og fremst manglende ferdigheter.



Det ultimate spillebrett

Kan vi finne det perfekte spillebrett som garanterer rask matto eller bingo?

Av Maria Johansen

Beskrivelse – Vg1P og Vg1T

Endelig er det noe fornuftig å bruke sannsynlighetsregning til – hvordan bli mester i matto! Elevene blir utfordret til å finne det ultimate spillebrettet for å vinne raskest; hvilke tall er det lurt å velge? Det brukes to terninger hvor summen av øynene tilvarer tallene på brettet. Dette er ment som en "videregående utgave" av opplegget for 5.trinn.

Forarbeid

Repetere reglene for matto.

Matematikk i fokus

Etter Vg1P (MAT1Z09 – Matematikk Vg1P)

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- ❖ lage dømme og simuleringar av tilfeldige hendigar og gjere greie for omgrepet sannsyn
- ❖ berekne sannsyn ved å telje opp alle gunstige og alle moglege utfall frå tabellar og ved å systematisere oppteljingar og bruke addisjonssetninga og produktsetninga i praktiske samanhengar

Etter Vg1T (MAT1Z10 – Matematikk Vg1T)

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- ❖ formulere, eksperimentere med og drøfte enkle uniforme og ikkje-uniforme sannsynsmodellar
- ❖ berekne sannsyn ved hjelp av systematiske oppstillingar, og bruke addisjonssetninga og produktsetninga

Utstyr

Terninger som går til 6, 9, 12 eller 20.
Datamaskin med regneark.
Kalkulator



Aktivitet/Opplegg

Opplegget forutsetter at elevene har spilt matto før, hvis ikke trengs en kjapp gjennomgang av regler og gjennomføring av spillet. Elevene deles inn i grupper for å starte med en testrunde med to terninger med seks øyne og et spillbrett med 16 ruter. Det er viktig at elevene fører opp hvor mange kast det trengs for å vinne i spillet for å ha et sammenlikningsgrunnlag etter beregningene. Deretter skal elevene gjøre beregninger for å finne ut hvilke tall som lønner seg å bruke for å vinne på færrest mulig antall kast. Her bruker elevene både addisjons- og produktregelen, samt sammensatte forsøk. Utfordringen utvides med at elevene får terninger som går opp til 9, 12 og 20 øyne samt utvider spillbrettet til 25 og 36 ruter. For å bruke digitale hjelpemidler kan elevene simulere terningkast både i regneark på datamaskin samt på kalkulator istedenfor å kaste faktiske terninger. Økta avsluttes med en konkurranse hvor elevene må begrunne valg av tall i spillbrettet. Det ultimate spillbrettet kåres og vinneren høster heder og ære ☺

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Dette kan enten kjøres som en avslutning på temaet sannsynlighet hvor elevene styrer det meste selv eller som en introduksjon til temaet med en utforskningsdel som munner ut i beregninger.

Litteratur/leseforslag

Ideen til matto kommer fra Geir Botten.

Opplegget er laget i samarbeid med Inger-Lise Risøy



MONTY HALL

Av Ann Christin Arnås og Hanne Marken Dalby

Undertittel:

Geit eller bil?

Non stop eller twist?

Blir vi lurt i TV-programmer?

Beskrivelse

Monty Hall – et matematisk problem som bygger på sannsynligheter. Det er basert på et kjent amerikansk TV – program: "Let's make a deal", ledet av Monty Hall. Problemet ble kjent da Marilyn vos Savant, som regnes for å være en av de skarpeste hjernene i verden, skrev om det i Parade Magazine i 1990. Her finner du en beskrivelse av problemet og en forklaring, som du selvfølgelig ikke bør presentere for elevene dine! La dem eksperimentere seg fram til svaret på egen hånd.

Forarbeid

På forhånd bør du ha klar en "modell", for eksempel med fyrstikkesker eller pappkrus, samt noe å gjemme under koppene / eskene. I tillegg må du ha eksemplarer av kopper / fyrstikkesker til elevene – halvparten så mange som antall elever, og skjema til å notere på under eksperimenteringen.

Matematikk i fokus

Sannsynlighet. Eksperimentering. Logikk.

Mål fra K-06, 10. trinn:

- finne sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i daglegdagse sammenhenger og spel (10. trinn)
- lage dømme og simuleringar av tilfeldige hendingar og gjere greie for omgrepet sannsyn

Mål fra K-06, 7. trinn:

- planlegge og gjennomføre datainnsamling tilknyttet observasjoner, spørreundersøkelser og eksperimenter
- vurdere sjanser i dagligdagse sammenhenger, spill og eksperimenter og beregne sannsynlighet i enkle situasjoner



Aktivitet/Opplegg

En presentasjon av problemet Monty Hall:

Under et TV-show får en deltager valget mellom tre dører. Bak en av dørene er det en bil, mens det bak de to andre er en geit. Programlederen vet hvor bilen er gjemt! Deltageren velger først en dør. Programlederen åpner så en av de andre dørene, der han vet det befinner seg en geit. Deltageren får så valget om han ønsker å bytte dør eller beholde den han allerede har valgt. Spørsmålet er: lønner det seg å bytte eller beholde dør, eller spiller det ingen rolle?

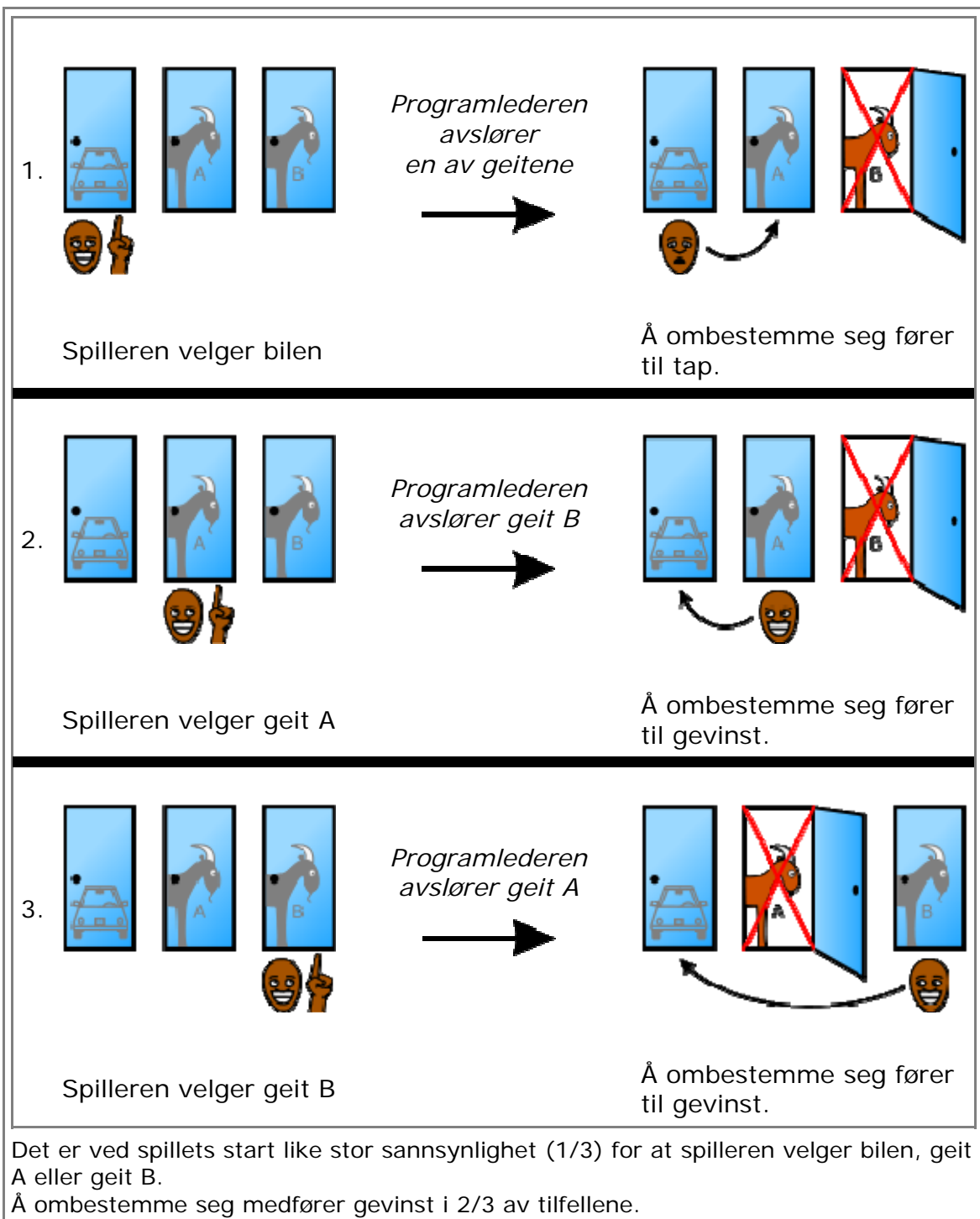
Elevaktivitet

Vi anbefaler at du lar elevene jobbe praktisk for å finne forklaringen på dette problemet. Bruk fyrstikkesker / kopper og noe til å ha under, f.eks to non stop og en karamell eller en mynt. På neste side finner du en tabell elevene kan bruke mens de jobber to og to med aktiviteten. La hvert par gjøre en del forsøk hver, før dere lager en "samletabell" for hele klassen med alle resultatene. Hva blir resultatet? Diskuter hvorfor det blir slik, og vis gjerne illustrasjonen nedenfor i etterkant av dette arbeidet.

	Gevinst	Ikke gevinst	Hvor stor sjanse for gevinst?
Beholder den valgte boksen			
Skifter boks			

Løsningen

Sannsynligheten for at deltageren valgte riktig dør til å begynne med er $1/3$, og dermed er sjansen for at han har valgt feil $2/3$. Dersom han har valgt riktig, vil han tape hvis han bytter dør. Dersom han velger feil dør fra begynnelsen, noe sannsynligheten er $2/3$ for, vil han vinne hvis han bytter dør. Det lønner seg derfor for deltageren å bytte, siden han da har $2/3$ sjanse for å vinne bilen. Ikke overbevist? På neste side følger en illustrasjon over hva som skjer dersom men endrer valg i de tre aktuelle tilfellene.



Illustrasjonen er hentet fra Wikipedia.



Sannsynlighet med terninger og kortstokk

Av Anne Kari Sælensminde

Beskrivelse

Vise hvordan sannsynlighet viser seg i et stort antall forsøk.

Matematikk i fokus

Utforsking av sannsynlighet

Fra KL06-Etter 7. årstrinn

Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- vurdere sjanser i dagligdagse sammenhenger, spill og eksperiment og beregne sannsynlighet i enkle situasjoner

Utstyr

3 terninger, kortstokk, skjema til å notere i (se s. 2 og 3).

Aktivitet/Opplegg

Aktivitetene går ut på å utforske sannsynligheten for ulike utfall ved et stort antall forsøk. Aktiviteten kan utføres av elever i grupper eller i hel klasse. Det er diskusjonen omkring resultatene som gir det matematiske fokuset.

Terninger:

Kast med tre terninger og summer tallene. Summen føres inn i et skjema. Dette gjentas et stort antall ganger, f. eks. 100.

Resultatet drøftes i hel klasse. Hvorfor er det noen summer som kommer oftere enn andre? Hvilke summer?

Hva kan en ut fra dette si om sannsynligheten for å få for eksempel summen 10 når en slår med tre terninger?

Kortstokk:

Trekk et tilfeldig kort fra en kortstokk med 52 kort. Legg kortene tilbake etter hver gang. Dette gjøres et stort antall ganger. Før resultatene inn i skjemaet etter hvert.

Drøfting i klassen: Kunne vi ha forutsagt dette resultatet?

Videre arbeid kan være å drøfte måter å skrive sannsynlighet på, som brøk eller som desimaltall, alt etter hvilket nivå aktiviteten gjennomføres på.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

En enklere oppgave med terninger er å begynne med en terning, og slå mange ganger.

Neste skritt kan være summen av to terninger, hvilke summer kan en få på denne måten?

En kan også med kortstokk starte med enklere skjema, eller med kun deler av en kortstokk.

På denne måten kan elevene være med å utforske sannsynligheter på flere måter.

Ideen er hentet fra Matematikktakk 6 og Matematikktakk 7 av Trude Fosse og Anne Kari Sælensminde, Det Norske Samlaget, 1998/1999.

Kast tre terninger og legg sammen tallene. Kryss av for summen i skjemaet.

Antall kast



Kortstokk

Trekk et kort, og sett streker for resultatet inn i skjemaet.

Sett en strek for hvert trekk		
-------------------------------	--	--

Resultat	Sett streker i flere rader for hvert trekk.	sannsynlighet
Svart		
Tallkort		
Bildekort		
Hjerter		
Ess		
Kløver fem		



Muffin

Av Per Sindre Killingmo

Gjennomføring:

Vi tester falltid for muffinsformer og andre objekter

1.forsøk

Vi tester falltiden for en muffins i forhold til høyden.

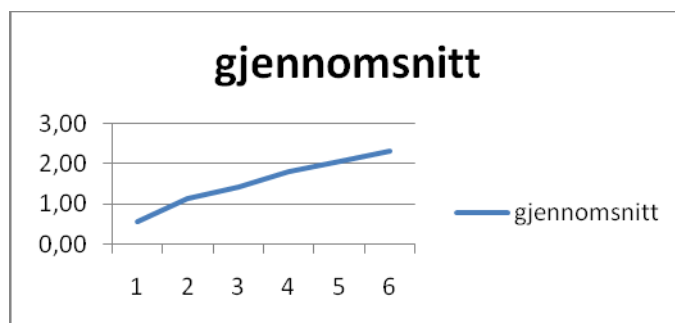
Det er viktig at elevene tester hver høyde minst tre ganger.

utstyr: Muffinsform, stoppeklokke, målbånd

høyden	1.forsøk	2.forsøk	3.forsøk	gjennomsnitt
0,5				
1,0				
1,5				
2,0				
2,5				
3,0				
8,0				

Resultatene samles i excell og framstilles i et digram

Høyden	1.forsøk	2.forsøk	3.forsøk	gjennomsnitt
0,5	0,65	0,59	0,44	0,56
1	1,22	1,12	1,09	1,14
1,5	1,34	1,39	1,53	1,42
2	1,76	1,79	1,84	1,80
2,5	2,06	2,03	2,04	2,04
3	2,32	2,27	2,33	2,31



Gode spørsmål som hjelper elevene til å tenke:

I en diskusjon med elever vil man komme fram

Konklusjonen:

Sammenhengen mellom høyden og tid ser ut til å være lineær.

Metodiske tips:

Elevene skal diskutere hvorfor det er nødvendig med mange forsøk.

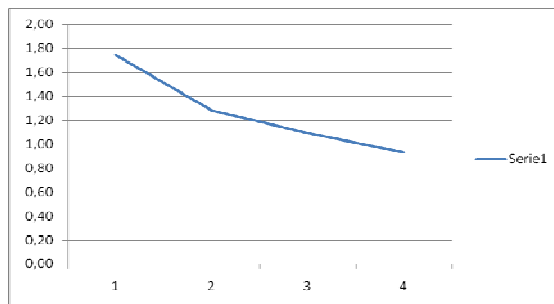
Hvordan kunne svaret blitt mer nøyaktig.

Eleven på ulike alderstrinn vil formulere denne sammenhengen mellom høyden og tid ulik. F.eks: På barnetrinnet vil dem svare på jo høyre jo lengre tid. Større elever skal komme fram til at sammenhengen er lineær.

2. Forsøk

Vi varierer antall muffinsformer og lar høyden være konstant. Høyden var 2 meter

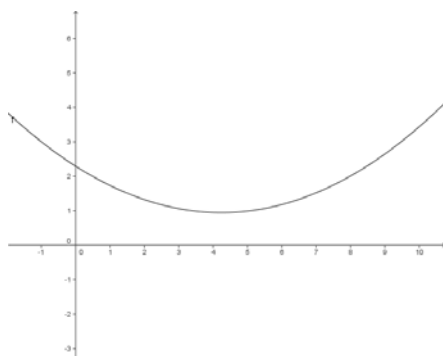
antall muffins	forsøk 1	forsøk 2	forsøk 3	gjennomsnitt
1	1,89	1,67	1,67	1,74
2	1,32	1,29	1,24	1,28
3	1,02	1,14	1,12	1,09
4	0,90	0,93	0,96	0,93



Med hjelp av kalkulator kom vi fram til funksjonen:

$$y=0,075x^2-0,637x+2,29$$

Men hvis vi tenger funksjonen viser det at det er en dårlig modell. De grafen under:



Feilkilder:

Forsøket blir bedre jo større høyden elevene velger til gjennomføringen.

Jo flere forsøk hver gruppe gjennomfører jo bedre resultat vil man må.



Ta sjansen

Statistikk og sannsynlighet

Av Therese Hagfors

Mange bruker spill med terninger mens de artberider med sannsynlighet. Når vi kaster en terning, er sannsynligheten like stor på hvert av tallene – hver gang, selv om noen elever tror at terningen kan "huske" og at sjansen for at få et bestemt tall øker når det er lenge siden terningen har stoppet på dette tallet.

Med kortstokk får man jobbe med et annet viktig prinsipp knyttet til sjanse: Tilfeldig utvalg uten tilbakelegging. Sjansen endrer seg etter som spillet går.

Beskrivelse

Spillerne skal beskrive kortet som ligger øverst i bunken før de trekker det. Hvis beskrivelsen er korrekt, får spilleren poeng. Beskrivelser med mange kjennetegn gir flere poeng enn beskrivelser med få kjennetegn.

Matematikk i fokus

Vurdere sjanser i dagligdagse sammenhenger, spill og eksperiment og beregne sannsynlighet i enkle situasjoner.

Utstyr

Kortstokk

Aktivitet/Opplegg

Se filvedlegg neste side

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Det kan være nyttig å la elevene få erfaring med begge typer utvalg, og de bør også bli oppfordret til å sammenlikne spill der en kaster terning med spill der en trekker kort uten å legge tilbake.

Litteratur/leseforslag

Hentet fra LAMIS skriftserie "Ett ess i ermet – matematikk med en kortstokk"
Av Svein H Torkildsen



Ta sjansen

Dette spillet egner seg best for 2–6 spillere.
Dere trenger en hel kortstokk med joker.
Legg kortstokken på bordet med baksiden opp.

1. Første spiller skal gjette på hvilken type kort som ligger øverst i bunken.
2. Hun beskriver kortet på en av de fem måtene som er vist i tabellen.
3. Deretter trekker spilleren kortet og viser det til alle.
4. Spilleren får poeng etter hvor nøyaktig kortet ble beskrevet. Oversikten under viser hvordan det er mulig å få poeng.

MERK:

Kortet må passe nøyaktig til beskrivelsen for at spilleren skal få poeng.

5. Kortet legges synlig midt på bordet.
6. Poengene noteres og neste spiller gjetter hvilken type kort som nå ligger øverst. Han trekker et kort og viser det til alle. Spillerne blir enige om det skal gis poeng.
7. Kortet legges synlig midt på bordet.

Det er lurt å legge kortene i system på bordet.
Da er det mulig å holde oversikt på hvilke kort som er igjen i bunka.

Spillerne blir enige om hvor mange kort de skal trekke hver før poengene summeres.

Poengoversikt

Beskrivelse: Spilleren oppgir	Poeng
1. fargen på kortet (rødt – sort)	1
2. at det er et kort med verdi fra og med 1 til og med 10	2
3. type kort (kløver – hjerter – spar – ruter)	3
4. at det er en knekt, ei dame eller en konge	4
5. nøyaktig hvilket kort det er (f.eks. spar 8)	10
NB! Jokeren gir 15 poeng uansett hva du har sagt!	15
Hvis det du sier ikke passer til kortet du trekker	0



Tall-landet

Statistikk og sannsynlighet

Av Therese Hagfors

Mange bruker spill med terninger mens de arbeider med sannsynlighet. Når vi kaster en terning, er sannsynligheten like stor på hvert av tallene – hver gang, selv om noen elever tror at terningen kan "huske" og at sjansen for at få et bestemt tall øker når det er lenge siden terningen har stoppet på dette tallet.

Med kortstokk får man jobbe med et annet viktig prinsipp knyttet til sjanse: Tilfeldig utvalg uten tilbakelegging. Sjansen endrer seg etter som spillet går.

Beskrivelse

Spillerne skal velge ut 7 av tallene i området 2 -25. Tallene må velges både ut fra sannsynligheten for hva summen blir av to kort som trekkes – og ut fra muligheten for å plassere brikken i tallandet.

Matematikk i fokus

Finne sannsynlighet gjennom eksperimentering, simulering og beregning i dagligdagse sammenhenger og spill.

Utstyr

Kortstokk, Spillebrettet "Tall-landet" og 7 spillebrikker hver.

Aktivitet/Opplegg

Se filvedlegg neste side.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Det kan være nyttig å la elevene få erfaring med begge typer utvalg, og de bør også bli oppfordret til å sammenlikne spill der en kaster terning med spill der en trekker kort uten å legge tilbake.

Litteratur/leseforslag

Hentet fra LAMIS skriftserie "Ett ess i ermet – matematikk med en kortstokk"
Av Svein H Torkildsen

Spillbrett til "Tall-landet"

[illegible]



Statistikkspill

Statistikk og sannsynlighet

Av Therese Hagfors

Mange bruker spill med terninger mens de arbeider med sannsynlighet. Når vi kaster en terning, er sannsynligheten like stor på hvert av tallene – hver gang, selv om noen elever tror at terningen kan "huske" og at sjansen for at få et bestemt tall øker når det er lenge siden terningen har stoppet på dette tallet.

Med kortstokk får man jobbe med et annet viktig prinsipp knyttet til sjanse: Tilfeldig utvalg uten tilbakelegging. Sjansen endrer seg etter som spillet går.

Beskrivelse

Passer for 2-4 spillere.

Spillerne skal prøve å samle fem kort som tilfredsstiller visse krav til gjennomsnitt, median, typetall og variasjonsbredde.

Matematikk i fokus

Ordne og gruppere data, finne og drøfte median, typetall, gjennomsnitt og variasjonsbredde...

Utstyr

Kortstokk. 4 spillebrikker til hver spiller

Aktivitet/Opplegg

Se filvedlegg neste side.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Det kan være nyttig å la elevene få erfaring med begge typer utvalg, terning og kortstokk. De bør også bli oppfordret til å sammenlikne spill der en kaster terning med spill der en trekker kort uten å legge tilbake.

Litteratur/leseforslag

Hentet fra LAMIS skriftserie "Ett ess i ermet – matematikk med en kortstokk"
Av Svein H Torkildsen

Statistikkspill

13	13	13		<p>Passer for 2–4 spillere</p> <p><i>Utstyr</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • en kortstokk • fire spillebrikker til hver spiller <p><i>Regler</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Kortene stokkes og legges i en bunke på bordet. 2. Hver spiller trekker fem kort. 3. Spillerne plasserer en brikke i hver kolonne på det tallet som passer til kortene. <p>Gjennomsnitt rundes av til nærmeste hele tall</p> <p>Er alle kortene forskjellige, settes en brikke der det står <i>Typetall</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 4. Etter tur legger spillerne ett av kortene underst i bunken og trekker det øverste kortet. 5. Vinner er den som først får alle sine brikker på grå felt. <p><i>Gjennomsnitt:</i> summen : 5</p> <p><i>Median:</i> Verdien til det midterste kortet når kortene er sortert etter størrelsen.</p> <p><i>Typetall:</i> den verdien det er flest av.</p> <p><i>Variasjonsbredde:</i> Differensen mellom største og minste verdi</p>
12	12	12	12	
11	11	11	11	
10	10	10	10	
9	9	9	9	
8	8	8	8	
7	7	7	7	
6	6	6	6	
5	5	5	5	
4	4	4	4	
3	3	3	3	
2	2	2	2	
1	1	1	1	
Gjennomsnitt	Median	Typetall	Variasjonsbredde	



MEDIAN og TYPETALL - praktisk lærerik øvelse

Av Anja Glad von Zernichow

Statistikk med kroppen.

Beskrivelse

Trener begrepslære. Dette undervisningsopplegget omfatter følgende:

- typetall, median og gjennomsnitt.
- grafisk fremstilling: overgang fra materialet til søylediagram.
- overgang fra innsamlet materiale til frekvenstabell.

Forarbeid

Det kan være lurt å ha snakket litt om hva som ligger i begrepene median, gjennomsnitt og typetall, slik at elevene er kjent med innholdet i begrepene. Det er viktig at elevene oppdager sammenhengene selv – og at de selv klarer å illustrere begrepene.

Når elevene bruker seg selv og tar i bruk flere sanser i læreprosessen, kan en oppnå større nærhet til stoffet som presenteres. Flere elever vil kunne forstå innholdet i begrepene og de matematiske sammenhengene som ellers kan være vanskelig tilgjengelig for mange av dem.¹

Erfaringsmessig sitter begrepene median og typetall godt etter denne praktiske øvelsen – elevene henter lett opp "Det var Jacob som var median" + at de har lettere for å visualisere prosessene rundt begrepene.

Matematikk i fokus

Statistikk. Begrepslære

Utstyr

Utstyrsfritt. Kan foregå ute eller inne.

Aktivitet/Opplegg

Rydd vekk pultene i rommet, slik at du og elevene har god plass til å bevege dere. Dere skal undersøke skonummer til klassen/gruppen. Evt kan antall medlemmer i familien, fødselsdato osv benyttes i stedet for skonummer.

Skriv opp begrepene median og typetall på tavlen – mens elevene står i en ring foran deg. Spørsmål til dem: "Kan vi ved hjelp av "dere" og skonummer finne ut hvem som er *medianen* og hvem av dere som er *typetall*? La elevene få drodle litt rundt utfordringen selv.

Forslag median: elevene stiller seg i en halvsirkel i klasserommet. De sorterer seg i stigende rekkefølge. Deretter går en elev i hver ende av halvsirkelen bort. Den som står igjen er *medianen*.

Hva gjør vi om to elever står igjen? Er det uvesentlig om de to som står igjen har samme skonummer? Hva om skonummer er ulike? For eksempel nr 37 og 38?

¹ Geir Botten: *Meningsfylt matematikk*. Caspar Forlag 2003/side 136.



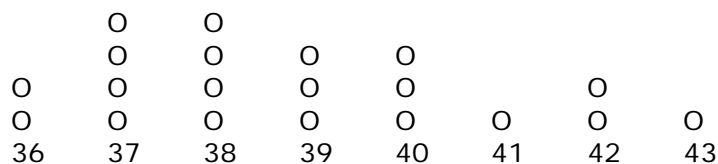
Typetall: Spør elevene om "Hva er en typisk skonommer i klassen". De vil da se at den skonommer som forekommer hyppigst = *typetall*.

Spør elevene "Hvordan kan vi finne ut hva som er gjennomsnittlig skonommer i klassen?" Har de forslag? Skriv på tavlen. Kan de vise hvordan de har tenkt ved å bruke medelevene?

GRAFISK UTFORMING:

Etter å ha utforsket **median** og **typetall** kan vi nå jobbe videre med hvordan elevene kan bruke seg selv til å lage forskjellige grafiske fremstillinger.

Søylediagram: La elevene først få fremstille et søylediagram (fugleperspektiv, hodene = ringene). De stiller seg opp i rekker iht. skonommer, som vist under:



Elevene har nå laget et søylediagram over skonomrene. Visualiser på tavlen – det er viktig å kombinere det praktiske arbeidet med tavle-matematikken. Gjør overgangene synlige for elevene.

Kurvediagram: Den bakerste eleven i hver søyle holder i et tau. Da vil vi også kunne se et kurvediagram.

Histogram: Be elevene om å trekke seg sammen, slik at de står skulder til skulder. Den grafiske fremstillingen vil da se ut som et histogram.

Frekvenstabell: Hvordan kan vi systematisere opplysningene om skonomrene i en tabell? Tegn opp en frekvenstabell på tavlen.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Variasjon: klassesdelt materiale:

Man kan gruppere elevene på **høyde** når man skal jobbe med begrepet "klasser". Elevene stiller seg opp i grupper (klasser) på f.eks. [140, 150>, [150, 160>, [160, 170>, [170, 180> osv. her får man også diskutert tegnene/notasjonen. I hvilken gruppe skal en som er nøyaktig 170 cm høy stå? Hva er forskjellen mellom førstnevnte grupper og disse: [140, 150]?

Litteratur/leseforslag

Ideen er hentet fra oppgave på Masterstudie i matematikdidaktikk ved UiA, Fra boka til Geir Botten, Caspar Forlag 2003.: *Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i undervisningen*.



Sum av to terninger - statistikk og sannsynlighet for barne- og ungdomstrinnet.

Sigbjørn Hals og Hugo Christensen

Forklaring

Dette er et spill der elevene skal forsøke å finne ut hvilken sum av to terninger som dukker opp oftest i det lange løp. Ut fra dette skal de gjøre noen utregninger av sannsynlighetene for de ulike summene.

Forarbeid

Læreren kopierer opp de tre arkene i dokumentet *Sum av to terninger* til hver gruppe, men deler bare ut det første arket til å begynne med.

Læreren kan videre ha en "smartboard" eller en videokanon der han/hun viser dette med et regneark for elevene. Dette gjør oppsummeringen og diskusjonen med elevene etter spillet lettere.

Matematikk i fokus

Kompetansemål etter 7. årstrinnet
Statistikk og sannsynlighet

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne
vurdere sjanser i dagligdagse sammenhenger, spill og eksperiment og
beregne sannsynligheter i enkle situasjoner

Kompetansemål etter 10. årstrinnet
Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne
finne sannsynlighet gjennom eksperimentering, simulering og beregninger
i dagligdagse sammenhenger og spill.



Utstyr

Sett med 2 terninger til hver gruppe av elever.

Aktivitet/Opplegg

1. Del elevene inn i grupper på 2 eller 3.
2. La dem spille spillet som er på Ark 1 i *Sum av to terninger*.
3. Summer resultatene i fellesskap ved hjelp av et regneark.
4. Læreren deler ut ark 2 (og ev. ark 3) i *Sum av to terninger*. og lar elevene prøve å finne sannsynlighetene for de ulike summene.

Tips til lærerne/differensiering

Dersom noen blir raskt ferdige, kan de prøve seg på et spill med tre terninger. Hvilke(t) tall vil det nå lønne seg å velge?

Hva om en bruker fire terninger?

Hva om en bruker n terninger?

Er det et system på hvor mange terninger en må ha for at det skal bli flere summer som gir samme sannsynlighet?

Flere tips:

Middelverdien av tallene 1, 2, 3, 4, 5 og 6 er 3,5.

Ved to terninger blir det høyest sannsynlighet for summen $3,5 \cdot 2 = 7$.

Ved tre terninger blir det høyest sannsynlighet for summene 10 og 11, fordi $3,5 \cdot 3 = 10,5$.

Ved fire terninger blir det høyest sannsynlighet for summen $3,5 \cdot 4 = 14$.

Ved n terninger blir det høyest sannsynlighet for summen $3,5 \cdot n$ dersom n er et partall, og for de to summene $3,5 \cdot n - 0,5$ og $3,5 \cdot n + 0,5$ dersom n er et oddetall.



Elevark

Sum av to terninger. Ark 1

To (eller tre elever) går sammen og spiller.

Den som har bursdag sist i året velger et tall først. Deretter den som har bursdag nest sist.

Elevene skriver forbokstavene i navnet sitt foran det tallet de velger.

Med to spillere fortsetter en å velge til hver spiller har 5 tall. (Ett ledig tall.)

Med tre spillere fortsetter en å velge til hver spiller har 3 tall. (To ledige tall.)

Den spilleren som valgte tall først starter med å kaste to terninger og regner ut summen.

En setter et kryss i ei rute til høyre for tallet som viser summen.

Den som først får sju kryss bak et av sine tall har vunnet.

Initialer	Sum av terninger ↓	1	2	3	4	5	6	7	Antall kryss ↓
	2								
	3								
	4								
	5								
	6								
	7								
	8								
	9								
	10								
	11								
	12								

Læreren legger sammen resultatene (gjørne på regnearket som hører til opplegget).

Dette finnes på www.inter-ped.no/kursfiler/matematikksenteret.)

Læreren og elevene bruker dette som grunnlag for å diskutere begrepet sannsynlighet.

Hvorfor er det større sannsynlighet for å få noen summer enn andre?



Summen av to terninger. Ark 2

Kan dere finne ut hvor stor sannsynligheten er for å få hver av de ulike summene når vi kaster to terninger?

Sum av terninger	Sannsynlighet skrevet som brøk	Sannsynlighet Skrevet som
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		



Summen av to terninger. Ark 3

Dersom det er vanskelig å finne fram til sannsynlighetene på egenhånd, kan kanskje denne tabellen være til hjelp:

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Regn ut og skriv inn summene i tabellen ovenfor.

Hvor mange mulige kombinasjoner kan vi få? (Hvor mange ruter må du fylle ut?)

Hvor mange ruter inneholder summene 2, 3, 4, osv?

Kan du bruke dette til å fylle ut sannsynlighetene i tabellen på ark 2?

Sum:	Antall ruter med denne summen:
2	
3	
5	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	



Simulering av tusenvis av terningkast i Yatzy

Sammenligning av sannsynlighetsregning og kombinatorikk med statistiske resultat for de ulike yatzykombinasjonene

Av Erik Torp Nilssen

Beskrivelse

Et regneark er benyttet til å simulere ti tusen kast med fem terninger. Vi undersøker enkle statistiske resultat som sum, gjennomsnitt, median, typetall og variasjonsbredde. Regnearket sorterer videre ut de ulike yatzyresultatene og teller, slik at vi har et nokså omfattende statistisk materiale som vi sammenligner med sannsynlighetsmodeller for det samme.

Målgruppe

Elever i Ungdomsskolen kan følge med på de enkleste sidene av opplegget. Når vi kommer til sannsynsmodeller for mer kompliserte yatzyresultat, er opplegget mer egnet for elever på Videregående, som her ser omfattende anvendelse av kombinatorikk og for matematikken på Videregående skoler. Jeg ser ellers ikke bort fra at målgruppen kan være matematikklærere i de nevnte skoleslag, samlet til kurs eller konferanse.

Forarbeid

Opplegget forutsetter at deltakerne har artikkelen om Yatzy fra Tangenten 2/2005 og kan sette seg inn i formlene i regnearket og at de kan følge resonnementene bak utregning av de ulike sannsynlighetene.

<http://www.caspar.no/tangenten/2005/t2005-2.pdf>

Vi forutsetter at Yatzyspillet er kjent. Videre forutsetter vi at tilfeldig-funksjonen i Excel er kjent, mens vi godt kan samarbeide med elever/studenter om formlene vi bruker i excel for å sortere ut de ulike resultatene. Vår begrensning er ellers at vi ikke har annet og tredje kast av terninger som "ikke passer"

Matematikk i fokus

- Ulike logiske formler i Excel og kombinasjon av disse
- Statistiske grunnbegreper som ulike sentralverdier
- Betydningen av store tall for å snakke om statistikk som troverdig bakgrunn for sannsynlighet.
- Kombinatorikk knyttet til ulike måter å oppnå forskjellige yatzyresultat
- Drøfting av resultatenes skiftende eksklusivitet. Komplementmengder

Utstyr

En rimelig rask PC/laptop, gjerne med videokanon så mange kan følge med. Det omtalte regnearket må foreligge, og formlene må være kopiert til 10 000 rader. Skrivesaker trengs for å følge formelarbeidet i sannsynlighet, mens yatzyblokk med terninger er nokså sekundært.

Aktivitet/Opplegg

Trinn for trinn gjennomgås kolonnene som sorterer terningkastene i ulike resultat; sum, yatzy, straighter, hus, fire like, tre like, to par og par.

Komplementmengdene blir en stadig mer krevende faktor i sannsynlighetsformlene, og når vi drøfter statistikken i forhold til sannsynlighetsmodellene blir våre feil fort avslørt.



Formlene i regnearket er ikke så viktige som sannsynlighetsregningen. Likevel er forfatteren interessert i å lære enklere formelbygging i Excel, selv om den logiske strukturen i dette regnearket trolig har læringsverdi for de fleste.

Tips til læreren/variasjonsmuligheter

Først og fremst kan dette utvikles videre med Maxiyatzy, og det er nok en utfordring å utvide hovedideen til flerkastyatzy, som er velkjent for de fleste.

Litteratur/leseforslag

Forfatteren har tidligere presentert opplegget i Tangenten nr 2/2005, og jeg går ut fra at nevnte artikkel gjøres tilgjengelig i heftet med våre opplegg. Regnearket kan lastes ned fra min PC under presentasjonen.